مثلثات مستویہ

مؤلف

محمد طاہر میرلوائی

بغداد مکتب اعدادیسی اوچنجی سنه‌سی طالبلرنده

بن ذرینک کتابچه حدیثی جلدیه عرسهه

وافاده حضور

م م

م



بسم الله الرحمن الرحيم

حمد و سپاس بی حد و شکر و ثنای لایعد اول موجد تمام
حبیب وجود انسانی و حاکم قاطع قرآنی حضرتلرینه اخص و شایاندرکه
خط مماس قامت مکوناتی تقویمده ترسیم و سهم معیشت
مخلوقاتی بحر قسمتنا ده تقسیم بیورمشدر و صلوات بی نهایه
و تسلیمات بلاغایه اول ذات ناظم شریعت و مرکز دائرهٔ حقیقت
و محیط سطح معرفت و سبب ایجاد افلاك و طبیعت اقدم حضرتلرینك
زاویهٔ جنان و عتبهٔ غبطهٔ فرمای عرش الرحمان و حدیقهٔ روضهٔ
مطاف قدسیانلرینه اهدا درکه وجود معجزات الودلری رحمة للعالمین
اولمشدر و ترضیه و تعظیمات دخی اضلاع اربعه قصر دین یعنی جناب چاریار گزین

وال واصحاب وتابعين حضراتنه سرادرکه توسیع دائر
دین حبیب یزدانده ترفیع بنیان شریعت غرا وکشف نهج سماحه
بجا ایتمشلردر بعده ذا محسنات تنسیقات عساکر حضرت
شهنشاهی اثارندن اولرق تأسیس وبنیاد بیورلمش اولان
مکاتب عسکریه نك بدایت تشکیلنده هندسه خواجه‌لغی
نصب بیوریلان بو مستغرق نعم شهنشاهی میرلوا محمد طاهر
قوللری من غیر لیاقة نائل ومظهر اولدیغم الطاف بربر کاتك
ادای تشکر وتحمدنده قصور بندکانه‌مده درکار
ایسه ده علی الوسع والطاقة بذل مقدرت برله
مقدم مهندسخانهٔ بریهٔ همایون جانبندن انکلتره یه مامور
بیورلدیغم اجلدن اولطرفده اولان سیجهٔ تحصیلمدن
بریمره اولمق اوزره اول مجدد قوانین دولت ووفق منلت
شوکت پادشاه عدالت سیرت السلطان ابن السلطان
والخاقان ابن الخاقان السلطان عبدالعزیز خان ابن السلطان
الغازی محمود خان ابن السلطان الغازی عبدالحمید خان اید
الله ملکه وسلطنته الی اخر الزمان افندمز حضرتلرینك سایه
احسانوایهٔ جناشاهانه‌لرنده نسخ مطبوعه سی رسیدهٔ ختام اوله‌رق بوکره
دخی ایکنجی دفعه سی اولمق اوزره مثلثات مستویه وجیب جدوللرینك قواعد
جبریه تطبیقاطریقیا استخراج واستعمالنه دائر اولان اشبو رساله مختصره
انکلیز لساننده لسان ترکی‌یه ترجمه وتنقیح برله مثلثات جبریه نامیله توسیم وبرقاچ نقشه

تقسیم وهر بر مقاله چند ماده اوزرینه ترتیب وتصمیم ومحللنه
نظرا بعض امثله مقتضیه دخی ایراد اولنمشدر لکن هر برعلمك
مقدمه سی وحدود وتعریفاتی وفوائد مهمهٔ سائره سی قیدی
ایجابندن ایسه ده انجق رساله مذکوره منتهی اولان طالبینه
مخصوص ومقتضی اولان مقدمه وموضوعات لازمه کتب
سائرهٔ هندسیه ده مسطور اولمغله بو محلده تکرار اسردونیانی
حاصلی تحصیل قیلندن اولدیغندن اطنابدن اجتناب قلنه رق
نیم نظر حضرت تاجداری یبورلمق امنیه سیله مع التقصیر
برداشته دست ضراعت
قلنمشدر و[illegible]
[illegible]



علم مثلثات مستویه دن خطوط وزوایانك ارائه سی وزوایانك
تقسیماتنی شامل مقاله در

(۱) امتداد خطوط کمیات جبریه ایله ارائه اولنه بیلور شویله که برخطی مساحه ایتمك بعد واحد فرض اولنان برقولاج یاخود برپرمغی حاوی اولدیغی عددی استخراج ایتمکدن عبارت اوله رق برخطك بعدی ۳۰ پ برمق اولدقده خط مرقوم بعد واحد فرض اولنان برپرمغی اوتوز دفعه بتمامه عد ایدر وکذا برخط مستقیمك بعدی ت اولدقده خط مذکور بعد واحدی ت کره بتمامه عد ایتمش اولور

(۲) برخط ثابتدن برجهته خط ثابت مذکوره عمودا رسم اولنان خطوط کمیات مثبته ایله ارائه اولنسه ینه خط ثابت مرقومه عمودا مقابل جهته رسم اولنان خطوط کمیات منفیه ایله ارائه اولنور مثلا م ت خط مستقیمنه م نقطه سنده

م ب خط ثابتك طرف يميننه طوغرى مساحه اولنمق اوزره برخط
اخرك ضمى مراد اولنسه م ب خطى ء نقطه سنه دكين بر وجهله
اخراج اولنه كه ب ء خطى ضمى مطلوب اولان خطه مساوى
اوله وينه م ب خطندن برخط اخرك طرحى مراد اولنسه ب م
خطندن خط مفروضه مساوى ب ء خطى قطع اولندقده م ء
خطى باقى قالمغين بوندن ظاهر اولوركه م ب - ب = ح
و ب ء = ب ء فرض ايله م ء + ب ء = م ب اولمغين م ء =
م ب - ب ء = ب - ح اولوب مطلوب حاصل اولور اكر
ح خطى ب خطندن اعظم اولسه ء نقطه سى م

شكل ٢

نقطه سنك جانب يسارنده واقع اولمغين م ء = ب - ح =
- (ح - ب) اوله رق كميت منفى اولوب ح خطيله ب
خطنك تفاضلنه مساوى اوله رق م ء خطنك طرف يسارنده
واقع اولمش اولور بو تقديرجه اكر برخط مستقيم بر كميت
منفى ايله ارائه اولنسه خط مذكور م ء خطنك برجهتنه
مساحه اولنه رق كميات مثبته ايله ارائه اولنان خطوطه
بالعكس مساحه اولنمش اولور

شكل ٣

(٣) هر قنغى د م د و ى م ى خطين مستقيمينى بربرينى عمودا
م نقطه سنده قطع ايله ايكى طرفلرينه كيف ما اتفق اخراجلرى
فرض اولنسه اشبو خطين مذكورينه مماس اولان سطح
وزرنده هر قنغى ب نقطه سنك موضعينه اول نقطه دن

ده م ده ے م ے خطینی وزرینه نازل اولان ت ه ت وعمودلرینك
قیمتلری معلوم اوله رق تحصیل اولنه بیلدیکندن اشبو
ت ه ت و خطلرینه یاخود انلرك مساویلری اولان وم ه م
خط مستقیملرندن اولکیسنه ت نقطه سنك ترتیبی
تسمیه اولنوب وایکنجیسنه فصله سی اطلاق اولنه رق م ده
م ے محورین قائمینه ارجاع اولنمش دینلور بوتقدیرجه
ه ده محوری اوزرنده مساحه اولنان فصله لردن ے ے
محورینك طرف یمیننده بولنانلر مثبت وطرف یسارنده
بولنانلر منفی اوله رق ے م ے محوری اوزرنده مساحه اولنان
ترتیبلردن ده م ده محورینك فوقنده واقع اولنلر کذلك
مثبت تحتنده واقع اولنلر منفی اولمش اولور شویله که ت
نقطه سی م ده م ے بیننده واقع اولمغین م ه فصله سی ده م ده
محوری اوزرنده مساحه اولنوب ے م ے خطنك طرف یميننده
بولنه رق مثبت وه ت ترتیبی دخی ے م ے محوری اوزرنده
ده م ده خطنك فوقنده بولندیغندن مثبت اولور واکر نقطه
مفروضه ت نقطه اولسه م ه فصله سی ده م ده محوری
اوزرنده اولوب ے م ے محورینك طرف یسارنده بولنمغین
منفی ت ه ترتیبی ے م ے محوری اوزرنده ده م ده محورینك
فوقنده بولندیغندن مثبت اولور و بو مثللو اثبات اولنور که
ت ت نقطه لرینك ده م ده محوری اوزرنده مساحه اولنان

فصله لرندن بری منفی و دیکری مثبت اولوب حالبوکه م ع م ع محوری اوزرنده مساحه اولنان ترتیبلرینك ایکیسی دخی منفی اولور وقس علیه البواقی

(٤) اکر بر خط مستقیمك بر نهایتی ثابت فرض اولنوب بر سطح مستوی اوزرنده حرکت ایدرك بر موضع معیندن مثلا م ت موضعندن م ء موضع اخرینه دوران ایلسه اشبو م ء خطنك م ت خطنه اولان میلنه زاویه تسمیه اولنه رق ت م ء حرفلریله افاده اولنوب حروفات مذکورهنك اوزرنه زاویه کلمه سنه دلالت ایدیجی اشبو ∠ علامت وضع اولنور و وسطده واقع اولان حرف دائما خطلرین مرقومینك بر برینی قطع ایلدیکی نقطه ده بولنه رق بو منوال اوزره م ء خطنك حرکتندن زوایای مختلفه حادث اوله بیلور

شکل ٤

(٥) اکر م ء خطی ت ت خطنك م ت م ت قسملرینه مساوات اوزره مائل اولسه ء م ت ء م ت زاویه لرندن هر برینه زاویهٔ قائمه دینلور

شکل ٤

(٦) اکر بر زاویه قائمه دن اعظم اولور ایسه منفرجه واصغر اولور ایسه حاده دینلور

(٧) م ء خطی م ت خطندن بدأ ایله بر جهته حرکتندن حاصل اولان ت م ء زاویه سی مثبت فرض اولنسه خط مفروضك ینه م ت خطندن بدأ ایله بالعکس حرکتندن حاصل اولان زاویه یه

منفی اطلاق اولنور شویله که ب‌م‌د (شکل ماده ٤٥) زاویه سنه برزاویهٔ اخرك ضمی مراد اولنسه دم خطی زاویهٔ مفروضه یه مساوی دم‌هـ زاویه سنی احداث ایدنجیه دکین ب د د جهتنه حرکت ایتدکده هـم‌ب زاویه سی حاصل اولمغین زاویتین مذکورتین مجموعنه مساوی اولور ویته ب‌م‌د زاویه سندن برزاویهٔ دیکرك طرحی مراد اولنسه م‌د خطی زاویه مفروضه یه مساوی زاویه رسم ایدنجیه دکین بالعکس حرکت ایدوب م‌هـ موضعنه واصل اوله رق ∠ دم‌هـ + ∠ هـم‌ب = ∠ ب‌م‌د

اولمغین ∠ هـم‌ب = ∠ ب‌م‌د − ∠ دم‌هـ اولور

شکل

اکر دم‌هـ زاویه سی دم‌ب زاویه سندن اعظم اولسه هـم خطی م‌ب خطنك تحتنده واقع اولمغین ∠ هـم‌ب = ∠ ب‌م‌د − ∠ دم‌هـ = − (∠ دم‌هـ − ∠ ب‌م‌د) برکت منفی اوله رق مقدار جهتیله دم‌هـ زاویه سیله ب‌م‌د زاویه سنك تفاضلنه مساوی اولوب م‌ب خطنك تحتنده بولنه رق ظاهر اولور که هر ایکی خط مستقیم بربرینی بر نقطه ده قطع ایدرك اشبو خطیندن بری ثابت اوله رق دیکری اشبو خط ثابتك برجانبنه طوغری دور ایله حادث اولان زاویه مثبت فرض اولنسه مقابلی جانبنه طوغری دور ایله حادث اولان زاویه منفی اولمش اولور

(٨) انکلتره لو برزاویهٔ قائمه یی متساویا ٩٠ قسمه تقسیم

ایله هر برینه درجه وهر بر درجه‌یی متساویا ٦٠ جزئه تقسیم
ایله هر برینه دقیقه وهر بر دقیقه‌یی کذلك ٦٠ قسمه تقسیم
ایله هر برینه ثانیه تسمیه ایدرلك بر زاویه‌نك مقداربنی حاوی
اولدیغی درجه دقیقه وثانیه ایله افاده ایدوب واکر ثانیه‌دن
اقل کسر اولور ایسه ثانیه‌نك اعشاریله افاده ایدرلك اشبو
٢٥° ٥٠′ ٣٤″,٧ وجهله تحریر ایتمك اوزره ٢٥ درجه ٥٠
دقیقه ٣٤ ثانیه وبر ثانیه‌نك اون جزئنده یدی جزئنی حاوی
بر زاویه‌نك مقداری تعبیر ایدرلر

(٩) فرانجه‌لو بر زاویه قائمه‌یی متساویا ١٠٠ قسمه تقسیم ایله
هر برینه غراد تسمیه ایدرلك وهر بر غرادی ینه متساویا ١٠٠
جزئه تقسیم ایله هر برینه دقیقه وهر بر دقیقه‌یی کذلك متساویا
١٠٠ قسمه تقسیم ایله هر برینه ثانیه وهکذا تسمیه ایتمشلردر واقسام
مذکوره بو وجهله ٢٦ᵍ ٢٤′ ٣٢″,٤٧ تحریر اولنوب یکرمی
التی غراد یکرمی درت دقیقه اوتوز ایکی ثانیه وبر ثانیه‌نك یوز جزئنده
قرق یدی جزئی دیو تعبیر اولنور فالدیکه ٢٦ᵍ ٢٤′ ٣٢″,٤٧ مقدارلك
اعشاره تحویلی ١′ = ١/١٠٠ = ٠,٠١ و ١″ = ١/١٠٠٠٠ = ٠,٠٠٠١
اولدیغندن ٢٦ᵍ ٢٤′ ٣٢″,٤٧ = ٢٦ᵍ,٢٤٣٢٤٧ اولمغین فرانسز
تقسیماتی اختیار اولنسه قواعد حسابیه سائر کسورات اعدادیه
اولدیغی مثللو زوایا حقنده دخی جاری اولوب انکلیز تقسیماتندن
اسهل اولمش اولور

(١٠) ب م ء زاویه سنك (شكل ماده ٤) حاوی اولدیغی درجه ایله غراد لك بیننده اولان تناسبی استخراج ایتمنك طریقیدر

مثلا ج حرفیله زاویهٔ مفروضه ده بولنان درجه و ءَ حرفیله غراد افاده اولنسه انكلیز تقسیمی اوزره ج/٩٠ = زاویهٔ ب م ء / زاویهٔ قائمه وفرانسز تقسیمی اوزره ءَ/١٠٠ = زاویهٔ ب م ء / زاویهٔ قائمه اولمغین ج/٩٠ = ءَ/١٠٠ اولوب بوندن دخی ج = ء × ٩/١٠ = ء − ء/١٠ و ء = ج × ١٠/٩ = ج + ج/٩ حاصل اولمغین تقسیمین مذكورینك بینلرنده اولان تناسب تبین ایتمش اولور

مثال اول

فرانسز تقسیمی اوزره ٤٢,٣٤٥٦ برزاویه ده نه مقدار انكلیز تقسیمی اوزره درجه دقیقه ثانیه اولدیغنی استخراجك صورتی بالاده ذكری سبقت ایدن دعوایه تطبیقا بو وجهله در

٤٢,٣٤٥٦ = ء
٤,٢٣٤٥٦ = ء/١٠
٣٨,١١١٠٤ = ء/١٠ − ء = ج ∴
×٦٠
٦,٦٦٢٤٠
×٦٠
٣٩,٧٤٤٠٠

ایمدی ثانیه نك اونده و یونده كسراعشاریلری اخذ ایله بیكده واون بیكده كسرلرندن صرف نظر اولنلدقده حادث اولان ج = ٣٩,٧٤ ٦,٣ ٣٨,٠ اوتوز سكز درجه التی دقیقه اوتوز طقوز ثانیه و یوزده یتمش درت جزئی زاویه

مذکوره نك انکلیز لو تقسیمنجه مقداری اولور

مثال ثانی

انکلیز تقسیمی اوزره ٢٤° ٥١' ٤٥'' برزاویه ده نه مقدار فرانسز تقسیمنجه غراد و دقیقه و ثانیه اولدیغنی استخراج مراد اولنسه اوّلا ٥١ دقیقه ٤٥ ثانیه یی بردرجه نك اعشارینه تحویل ایله ٠٫٨٦٢٥ اولمغین بالاداه استخراج اولنان دستور عمومی موجبنجه ر = ٢٤٫٨٦٢٥ و ر/٩ = ٢٫٧٦٢٥ فرض ایله ر/٩ = ٢٧٫٦٢٥٠ اولوب ٢٧غ ٦٢' ٥٠'' یکرمی یدی غراد التمش ایکی دقیقه اللی ثانیه اولدیغنی ظاهر اولور

(١١) هر ایکی زاویه مجموعی طقسان درجه یعنی برزاویهٔ قائمه یه مساوی اولسه اشبو زاویه تیندن هر بری دیکرینك تمامی تسمیه اولنور

(١٢) هر ایکی زاویه مجموعی یوز سکسان درجه یعنی ایکی قائمه یه مساوی اولسه اشبو زاویه تیندن هر بری دیکرینك متممی اطلاق اولنور



برزاویه یی حاوی تناسبات و اشبو تناسباتی بربرینه اتحاد ایدن بعض دستور عمومیلری شاملدر

(١٣) علم مثلثات مستویه نك معنای اصلیسی مثلثات مذكوره نك مساحه لرینی استخراج ایتمك ایسه ده زوایانك بربرینه اتحاد ایدن بعض دستورلردن دخی بحث ایتمكین اعطا اولنان معلوماتدن مستقیم الاضلاع اولان اشكالك اضلاع وزوایای مجهوله سندن هر قنغیسنی استخراج ایتمكه دلالت ایدر

شكل ٦

(١٤) برخط مستقیم فرضا م ت خط مستقیمی م نقطه سی اطرافنده ب ء ت ء جهتنه طوغری دورایله ﺓ درجه اولمق اوزره ب م ﻫ زاویه سنی رسم ایده رك م ﻫ خطی اوزرنده واقع ﻫ نقطه سندن م ت خطی اوزرینه ﻫ ۀ عمودی نازل اولوب م نقطه سندن مرور ایدنجی ا ت خطنه عمود اوله رق ء م ء خطی دخی رسم اولندقده (٢ و ٣) ماده لرندن منفهم اولدیغی اوزره اشبو اشكالده اولان ۀ ﻫ خطنك علامتلری مواضع مختلفه سنه نظرا + + — — اولمغین م ۀ خطنك دخی علامتلری + — — + اولمش اولورلر

(١٥) بالاده ذكر اولنان دعوانك شكلنه نظرا

(١) ۀه/مه جیب زاویهٔ ب م ﻫ یاخود جیب ب م ﻫ = ۀه/مه

(٢) مۀ/مه تمام جیب زاویهٔ ب م ﻫ یاخود تمام جیب ب م ﻫ = مۀ/مه

(٣) ۀه/مۀ مماس زاویهٔ ب م ﻫ یاخود مماس ب م ﻫ = ۀه/مۀ

(٤) مه/مۀ قاطع زاویهٔ ب م ﻫ یاخود قاطع ب م ﻫ = مه/مۀ

(٥) ١ - تمام جيب ب م هـ = سهم زاويهٔ ب مَ هـ ياخود سهم ب مَ هـ = ١ -
تمام جيب ب مَ هـ (٦) ب مَ هـ زاويه سنك تمامنك مماسه زاويهٔ مذكورك
مماسى تسميه اولنور نتكم تمام مماس ب مَ هـ = مماس (٩٠ - ب م هـ) اولديغى
كبى چونكه زاويهٔ مفروضه (٩٠ - ب م هـ) اولسه تمامى ب مَ هـ اولمغله
(ماده ١١٥) تمام مماس (٩٠ - ب م هـ) = مماس ب مَ هـ اولوب وينه
برزاويه نك تمامنك قاطعى زاويهٔ مذكوره نك تمام قاطعى وبرزاويه نك
تمامنك سهمى ينه اول زاويه نك تمام سهمى تسميه اولنه رق بو وجهله
قاطع ب مَ هـ = تمام قاطع (٩٠ - ب م هـ) اولوب وسهم ب مَ هـ
= تمام سهم (٩٠ - ب م هـ) اولور

(١٦) برزاويه نك جيبى تمامنك تمام جيبنه مساويدر (شكل ١ ماده ١١٠)
تمام جيب ب مَ هـ = مه/مهـ = جيب م هَـ هـ = جيب (٩٠ - ب م هـ)
وكذا جيب ب مَ هـ = هـ ه/م هـ = تمام جيب م هـ ه = تمام جيب (٩٠ - ب م هـ)
اولوب برزاويه نك جيبى تمامنك تمام جيبنه مساوى اولديغى آشكار
اولور

آتيده ذكر اولنه جق زوايانك مقدارلرينى سهولت ايله
افاده ايچون يالكز بر حرف ايله بو وجهله جيب ت تمام جيب مماس
تحرير اولنه جقدر

(١٧) برزاويه نك مقدارى تحويل اولنمدقجه م هَـ خطنك تغيرندن شكل ٧
زاويهٔ مذكوره نك جيب و تمام جيب و مماس كبيلرينك
قيمتلرى تبديل اولنميه رق على حاله قالورلر زيرا م هـ خطى اوزرنده

هر قنغی د نقطهٔ دیکری اخذ ایله م ب خطی اوزرینه د وعمودی نازل اولدقده اقدمجه ذکری سبقت ایدن دعوی موجبنجه جیب م = ی ه / م ه باخود جیب م = ی د / م د اولمغین مثلثین متشابهین ایله ی ه / م ه = ی د / م د اولوب وبو مثللو اثبات اولنورکه ه نقطه سی م ه خطنك هر قنغی محلنده فرض اولنورایسه ینه تمام جیب م مماس م و تمام مماس م ك کمیتلری تغیر اولنیوب مطلوب ثابت اولور

شکل ٨

نتیجه جیب م تمام جیب م مماس م ك کمیاتندن هر قنغیسی معلوم اولسه اندن زاویه نك مقداری استخراج اولنه بیلور مثلا جیبی ١/٢ اولان برزاویه نك مقدارینی استخراج ایتمك مراد اولنسه هر قنغی م ب خطی اوزرینه برنصف دائره رسم اولنوب م ب خطندن ثلثنه مساوی ب ه بعدی قطع (اصول هندسه ٣) و م نقطه سی مرکز فرض اولنه رق م ه بعدیله م ه ب نصف دائره سنی ه نقطه سنده قطع ایدیجی بر دائرهٔ اخر رسم ایله م ه ه ب خطلری دخی وصل اولندقده حادث اولان م ب ه زاویه سی جیبی ١/٢ اولان زاویهٔ اولور زیرا م ه ب زاویه سی نصف دائره داخلنده واقع اولدیغندن قائمه اولمغله جیب م ب ه = م ه / م ب = م ه / ٢م ه = ١/٢ اولوب مطلوب ثابت اولور

(١٨) ه ه م (شکل ماده ١٤) مثلثنك اضلاعی واسطه سیله

سهم مَ ، تمام مماس م ، تمام قاطع م ، كميتلرینی افاده ایتمنك طریقیدر اولاً سهم مَ = ١ - تمام جیب م = ١ - م ﻫ / م ﻫَ ثانیاً تمام مماس م = مماس (٩٠ - م) = مماس م ﻫ ﻫَ = ﻫَ ... / ﻫ ... مماسك تعریفندن آشكار اولور ثالثاً تمام قاطع م = قاطع (٩٠ - م) = قاطع م ﻫ ﻫَ = ﻫ م / ﻫ ﻫَ بودخی قاطعك تعریفندن ظاهر اولوب مثلث مذكورك اضلاعی واسطه سیله م زاویه سنك سهم و تمام مماس و تمام قاطعی افاده اولنمش اولور

(١٩) م زاویه سی صفر درجه دن بدأ ایله ٣٦٠ درجه یه وارنجه تزاید ایدرك جیب م تمام جیب م مماس م قاطع م كمیتلرینك علامتلرینه عارض اولان تبدلاتی استخراج ایتمنك طریقیدر مثلا م ﻫ خطی م ب خطندن بدأ ایله دور ایدرك م ﻫَ موقعنه واصل اولسه اولا جیب م = ﻫَ ... / م ﻫَ اولوب اشبو كسرك مخرجی اولان م ﻫ خطی م ب م د خطلرندن هیچ برینك جهتنده واقع اولمدیغندن علامتی تحویل اولنمیوب دائما مثبت اعتبار اولنه رق كسر مذكورك علامتی ﻫ ﻫَ خطنك علامتنه تابع اولمغله (ماده ١٤) م زاویه سی صفر درجه ایله ١٨٠ درجه بیننده اولدقجه (شكل اول و ٢) جیبی مثبت و ١٨٠ درجه ایله ٣٦٠ درجه بیننده اولدقجه (شكل ٣ و ٤) جیبی منفی اولور ثانیا تمام جیب م = م ... / م ﻫَ كسرینك علامتی

شكل ٩

م ه خطنك علامتنه تابع اوله رق (شكل اوج ماده ١٤٠) م زاویه سی صفر درجه ایله ٩٠ درجه یاخود ٢٧٠ درجه ایله ٣٦٠ درجه بیننده اولدقجه (شکل اوج) تمام جیبی مثبت و ٩٠ درجه ایله ٢٧٠ درجه بیننده اولدقجه تمام جیبی منفی اولور ثالثا مماس م = م ه / ه م اولوب م ه / م ه کسرینك مثبت ویا منفی اولمسی صورتیله مخرجینك مماثل ویا غیر مماثل اولمسندن نشئت ایتمکین (ماده ١٤٠) م زاویه سی صفر درجه ایله ٩٠ درجه یاخود ١٨٠ درجه ایله ٢٧٠ درجه بیننده بولندقجه (شکل اوج) مماسی مثبت و ٩٠ درجه ایله ١٨٠ درجه یاخود ٢٧٠ درجه ایله ٣٦٠ درجه بیننده بولندقجه منفی اولور رابعا قاطع م = م ه / م ه اولوب م ه خطنك علامته تابع اولمغین م زاویه سی صفر درجه ایله ٩٠ درجه یاخود ٢٧٠ درجه ایله ٣٦٠ درجه بیننده اولدقجه قاطع م مثبت و ٩٠ درجه ایله ٢٧٠ درجه بیننده اولدقجه منفی اولور

(٢٠) هر قنغی بر زاویه صفر درجه دن بدأ ایله ٣٦٠ درجه واریجه تزاید ایدرك زاویه مرقومه نك جیب و تمام جیب و مماس و تمام مماسلرینك تزاید و تناقصنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا م زاویه سی صفر درجه دن بدأ ایله ٣٦٠ درجه یه واریجه تزاید ایدرك جیب م تمام جیب م لر قیمتلرینه م ه خطنك تغیرندن خلل کلمدیکی اوندن بدیهی دعواده اثباتا ولنمغین م ه خطی غیر محول فرض اولنه رق (شکل ا ماده ١٩) م ه خطی م ه موضعندن

م ء موضعنه دكين دورانتقليله ه هَ خطى صفردن بدأ
ايله م هَ خطنه مساوى اولنجيه دكين تزايد ايدرك مثبت
اولوب و مَ ه خطى دخى م هَ خطنك قيمتندن بدأ ايله
صفره معادل اولنجيه دكين مثبت اوله رق تناقص ايدروبنه
(شكل ٢ ماده ١٩٥) م ه خطى م ء موضعندن م تَ موضعنه
وارنجه ه هَ خطى م هَ خطنه مساوى ايكن مثبت اوله رق
صفره دكين تناقص ايدوب م هَ خطى دخى صفردن بدأ
ايله م هَ خطنه مساوى اولنجيه دكين منفى اولديغى
حالده تزايد ايدر (شكل ٣ ماده ١٩٥) م هَ خطى م تَ خطندن
مفارقت ايله م ءَ موضعنه واصل اولدقده ه هَ خطى
صفردن بدأ ايله م هَ خطنه مساوى اولنجيه دكين
منفى اولديغى حالده تزايد ايدوب م هَ خطى منفى اوله رق
م هَ خطنه مساوى ايكن صفره دكين تناقص ايدر و بو
مثللوارائه اولنه بيلوركه م هَ خطى م ءَ موقعندن
م ب موقعنه وارنجه ه هَ خطى م هَ خطنه مساوى
ايكن صفره وارنجه تناقص ايدرك منفى و م ه خطى
صفردن بدأ ايله م هَ خطنه مساوى اولنجيه
دكين تزايد ايدرك مثبت اولور اشبو
تحويلات اتيده برجدول درونه تحريرا
اشبو محله وضع اولندى

الجدول هذا

م زاویه سی تحویل ایدرك	٠ دن ٩٠	٩٠ دن ١٨٠	١٨٠ دن ٢٧٠	٢٧٠ دن ٣٦٠
جیب م (ن ه / م ه)	ن / م ه +ب ه / م ه	+ب ه / م ه ن / م ه	ن / م ه −ب ه / م ه	−ب ه / م ه ن / م ه
تمام جیب م (ب ه / م ه)	+ب ه / م ه ن / م ه	ن / م ه −ب ه / م ه	−ب ه / م ه ن / م ه	ن / م ث +ب ه / م ه
مماس م (ن ه / م ث)	ن / +م ه +ب ه / ٠	+ب ه / ٠ ن / −م ه	ن / −م ه −ب ه / ٠	−ب ه / ٠ ن / +م ه
قاطع م (م ه / م ث)	ب ه / +م ه م ه / ٠	ب ه / ٠ م ه / −م ه	ب ه / −م ه م ه / ٠	م ه / ٠ ب ه / +م ه

ایمدی اشبو جدولده جیب وتمام جیب ومماس وقاطعك
هر بر ربع دورده اولان علامتلرینك تبدلاتی وقیمتلرینك
تحویلاتی ایچون بو محلده دیگر بر جدول دخی ایراد اولنه رق
جیب وتمام جیبلرك كمیتلرینك هر بر زاویهٔ قائمه ده اولان
علامتلری معترضه درونده حصر اولنه رق ∞
اشارتیله دخی نامتناهی اولان كمیات افاده
اولنمشدر

الجدول هذا

م زاویه سی بینده اوله	٠ ایله ٩٠	٩٠ ایله ١٨٠	١٨٠ ایله ٢٧٠	٢٧٠ ایله ٣٦٠
جیب م	٠ ایله ١ (+)	١ ایله ٠ (+)	٠ ایله ١ (−)	−١ ایله ٠ (−)
تمام جیب م	١ ٠ (+)	٠ ١ (−)	−١ ٠ (−)	−٠ ١ (+)
مماس م	٠ ∞ (+)	∞ ٠ (−)	−٠ ∞ (−)	−∞ ٠ (+)
قاطع م	١ ∞ (+)	∞ ١ (−)	−١ ∞ (−)	∞ ١ (+)

قالديكه برزاويه نك تمام جيبي واحددن اعظم اولمديغي بديهياتدن اولمغين برزاويه نك سهمي ياخود مساويسي اولان ١ - تمام جيب م دائما مثبت اوله رق م زاويه سي ١٨٠ درجه يه واصل اولدقده تمام جيب م = - ١ اولمغين سهم م = ٢ اولوب

سهمك قيمت اعظميسي اولمش اولور

شكل ١٠

(٢١) جيب م = جيب (١٨٠ - م) = - جيب (١٨٠ + م) = - جيب (٣٦٠ - م) = - جيب (- م) بربرينه مساواتلريني اثبات ايتمك مراد اولنسه اولا م زاويه سنه مساوي ب م ء ب م هَ ت م هَ ب م هً زاويه لري رسم بعده م نقطه سندن هر قنغي م ه خطنه مساوي م ه م هَ م هَ خطلري قطع و ه هً هَ هً خطلري دخي وصل اولندقده حادث اولان م ن ه م ن هً م هَ و م هً و مثلثلرندن م ه م هَ م هَ م هً ضلعلري بربرينه مساوي اولوب م ن خطي م وَ خطنه مساوي اولديغندن ن و نقطه لرنده حادث اولان زاويه لر قائمه اولمغين جيب م = ن ه / م ه = و هَ / م هَ = جيب ب م هَ = جيب (ب م ء + ء م ت - ه م ت) = جيب (١٨٠ - م) اولوب شق اول اولمش اولور وينه جيب م = ن ه / م ه = - و هً / م هً = - و هً / م هً = - جيب (ب م ء + ء م ب + ب م هً) = - جيب (١٨٠ + م) اولوب وكذا جيب م = ن ه / م ه = - ن هً / م هً = - ن هً / م هً اولورلكن ن هً / م هً كسري (ب م ء + ء م ت + ت م ء + ء م ب - ب م هً) زاويه مثبته نك

یاخود ب م ﻫ زاویهٔ منفیه نك جیبی اولدیغندن (ماده ٧)
جیب م = − جیب (٣٦٠ − م) یاخود = جیب (− م) اولور

(٢٣) وبو مثللو ارائه اولنه بیلورکه

(١) تمام جیب م = − تمام جیب (١٨٠ − م) = − تمام جیب (١٨٠+م)
= تمام جیب (٣٦٠ − م) = تمام جیب (− م)

(٢) مماس م = − مماس (١٨٠ − م) = − مماس (١٨٠ + م) = − مماس
(٣٦٠ − م) = − مماس (− م)

(٣) قاطع م = − قاطع (١٨٠ − م) = − قاطع (١٨٠ + م) = قاطع
(٣٦٠ − م) = قاطع (− م)

(٢٣) هر قنغی ب م ﻫ زاویه سنه ٣٦٠ درجه ضم ایله زاویهٔ مذکوره نك جیبی تحویل قبول ایتمیه جکی واضحاتدن اولمغین جیب م هر حالده جیب (٣٦٠ + م) کمیتنه مساوی اولوب وکذا جیب (٣٦٠ + م) = جیب (٢ × ٣٦٠ + م) وجیب (٢ × ٣٦٠ + م) = جیب (٣ × ٣٦٠ + م) لخ اولمغین ﻫ حرفیله بر عدد مثبت ارائه اولنسه جیب م = جیب (ﻫ × ٣٦٠ + م) = جیب (٢ ﻫ × ١٨٠ + م) ..... (١) وکذا جیب م = جیب (١٨٠ − م) اولوب (ماده ٢١ شق ا) = جیب (٢ ﻫ × ١٨٠ + ١٨٠ − م)
= جیب {(٢ ﻫ + ١) × ١٨٠ − م} اولنور وبنه یکرنبرنجی ماده نك ایکنجی واوچنجی شقلرندن جیب م = − جیب {(٢ ﻫ + ١) × ١٨٠
+ م} ..... (٣) وجیب م = − جیب (٢ ﻫ × ١٨٠ − م) .... (٤)

اولور

(٢٤) بومنوال اوزره يكرمى ايكنجى ماده ايله ارائه اولنوركه
تمام جيب م = تمام جيب (٢ ه + ١٨٠ + م) ياخود = − تمام
جيب {(٢ ه + ١) ١٨٠ − م} ياخود = − تمام جيب {(٢ ه +
١) ×١٨٠ + م} = تمام جيب (٢ ه + ١٨٠ − م)

وينه مماس م = مماس (٢ ه + ١٨٠ + م) = − مماس {(٢ ه +
١) ١٨٠ − م} = مماس {(٢ ه + ١) ١٨٠ + م} = − مماس
(٢ ه + ١٨٠ − م) كذلك اثبات اولنه بيلوركه
قاطع م = قاطع (٢ ه + ١٨٠ + م) = − قاطع {(٢ ه + ١)
١٨٠ − م} ياخود = − قاطع {(٢ ه + ١) ١٨٠ + م} ياخود =
قاطع (٢ ه + ١٨٠ − م)

(٢٥) اشبو (١٢ و ٢١ و ٢٢) ماده لردن استنتاج اولنوركه

جيب م = تمام جيب (٩٠ − م)	تمام جيب م = جيب (٩٠ − م)
جيب م = جيب (١٨٠ − م)	تمام جيب م = − تمام جيب (١٨٠ − م)
مماس م = تمام مماس (٩٠ − م)	قاطع م = تمام قاطع (٩٠ − م)
مماس م = − مماس (١٨٠ − م)	قاطع م = − قاطع (١٨٠ − م)

يعنى

برزاويه نك جيبى = اول زاويه نك تمامنك تمام جيبى
ياخود = اول زاويه نك متممنك جيبى
برزاويه نك تمام جيبى = اول زاويه نك تمامنك جيبى

یاخود = - اول زاویه نك متممنك تمام جیبی

برزاویه نك مماسی = اول زاویه نك تمامنك تمام مماسی

یاخود = - اول زاویه نك متممنك مماسی

برزاویه نك قاطعی = اول زاویه نك تمامنك تمام قاطعی

یاخود = - اول زاویه نك متممنك قاطعی

ایمدی برزاویه ایله اول زاویه نك تمامی ومتممنك جیبی وتمام جیبی ومماسی وقاطعی بیننده اولان ما رالذکر تناسبات مثلثاتده کثیر الاستعمال اولمغین مواداتیه ده دخی کرارا ذکر اولنسه کرکدر

واشبو ایکی دستور عمومی دخی فوائد مهمه دن اولمغله ذکر اولنمشدر

جیب م = تمام جیب (٩٠ - م) - = تمام جیب {١٨٠ - (٩٠ - م)} = - تمام جیب (٩٠ + م)

تمام جیب م = جیب (٩٠ - م) = جیب {١٨٠ - (٩٠ - م)} = جیب (٩٠ + م)

(٢٦) اشبو ذکر اولنه جق مواد ایله طالبینك زیاده سیله کسب مهارت ایلملری لازمه دن بولنمشدر

شکل ١١

$$(١)\ \text{مماس م} = \frac{\text{ده}}{\text{مد}} = \frac{\frac{\text{ده}}{\text{مه}}}{\frac{\text{مد}}{\text{مه}}} = \frac{\text{جیب م}}{\text{تمام جیب م}}$$

$$(٢)\ \text{قاطع م} = \frac{\text{مه}}{\text{مد}} = \frac{1}{\frac{\text{مد}}{\text{مه}}} = \frac{1}{\text{تمام جیب م}} \therefore \text{تمام جیب م} = \frac{1}{\text{قاطع م}}$$

(٣) $\text{تمام مماس م} = \frac{\text{م د}}{\text{د هـ}} = \frac{\frac{\text{م د}}{\text{م هـ}}}{\frac{\text{د هـ}}{\text{م هـ}}} = \frac{\text{تمام جيب م}}{\text{جيب م}}$

(٤) $\text{تمام مماس م} = \frac{\text{م د}}{\text{د هـ}} = \frac{١}{\frac{\text{د هـ}}{\text{م د}}} = \frac{١}{\text{مماس م}}$

(٥) $\text{تمام قاطع م} = \frac{\text{م هـ}}{\text{د هـ}} = \frac{١}{\frac{\text{د هـ}}{\text{م هـ}}} = \frac{١}{\text{جيب م}}$ ∴ $\text{جيب م} = \frac{١}{\text{تمام قاطع م}}$

(٦) $(\text{م هـ})^٢ = (\text{د هـ})^٢ + (\text{م د})^٢$ ∴ $١ = \left(\frac{\text{د هـ}}{\text{م هـ}}\right)^٢ + \left(\frac{\text{م د}}{\text{م هـ}}\right)^٢$

يا خود $١ = (\text{جيب م})^٢ + (\text{تمام جيب م})^٢$

$\text{جيب م} = \sqrt{١ - \text{تمام جيب}^٢ \text{م}}$

∴ $\text{تمام جيب م} = \sqrt{١ - \text{جيب}^٢ \text{م}}$

(٧) $\overline{\text{م هـ}}^٢ = \overline{\text{م د}}^٢ + \overline{\text{د هـ}}^٢$

∴ $\left(\frac{\text{م هـ}}{\text{م د}}\right)^٢ = ١ + \left(\frac{\text{د هـ}}{\text{م د}}\right)^٢$ يا خود $\text{قاطع}^٢ \text{م} = ١ + \text{مماس}^٢ \text{م}$

∴ $\begin{cases} \text{قاطع م} = \sqrt{١ + \text{مماس}^٢ \text{م}} \\ \text{مماس م} = \sqrt{\text{قاطع}^٢ \text{م} - ١} \end{cases}$

(٨) $\overline{\text{م ت}}^٢ = \overline{\text{م د}}^٢ + \overline{\text{د ت}}^٢$

$\left(\frac{\text{م هـ}}{\text{د هـ}}\right)^٢ = \left(\frac{\text{م د}}{\text{د هـ}}\right)^٢ + ١$ يا خود $\text{تمام قاطع}^٢ \text{م} = \text{تمام مماس}^٢ \text{م} + ١$

$\begin{cases} \text{تمام قاطع م} = \sqrt{١ + \text{تمام مماس}^٢ \text{م}} \\ \text{تمام مماس م} = \sqrt{\text{تمام قاطع}^٢ \text{م} - ١} \end{cases}$

(٢٧) زیرده وضع اولنان جدولده محرر جیب م وتمام جیب م ومماس م وقاطع م کمیتلرینک قیمتلری کثیر الاستعمال اولمغله کنجینهٔ اذهانده حفظی لازمه دندر

الجدول هذا

قاطع م	مماس م	تمام جیب م	جیب م
١ / √(١ - جیب م)	جیب م / √(١ - جیب² م)	√(١ - جیب² م)	√(١ - تمام جیب² م)
١ / تمام جیب م	√(١ - تمام جیب² م) / تمام جیب م	١ / √(١ + مماس² م)	مماس م / √(١ + مماس² م)
√(١ + مماس² م)	√(قاطع² م - ١)	١ / قاطع م	√(قاطع² م - ١) / قاطع م

(٢٨) اکر م زاویه سی ٤٥ درجه یعنی نصف قائمه دن اصغر اولسه تمام جیب م کمیتنک مقداری جیب م کمیتنک مقدارندن اعظم اولور فرضا ة م ه زاویه سی (شکل ماده ٢٦) ٤٥ درجه دن اصغر اولسه ة م ه + ة ه م = ٩٠ اولمغین ة ه م زاویه سی ٤٥ درجه دن اعظم اولوب هر مثلثده بیوک ضلع بیوک زاویه مقابلنده بولندیغندن (اصول هندسه ١٩) م ة > ة ه ∴ م ة / م ه > ة ه / م ه یاخود تمام جیب م > جیب م اولوب بو مثللو اثبات اولنه بیلور که ٤٥ درجه ایله ٩٠ درجه بیننده اولان جمیع زوایانک تمام جیبلری جیبلرندن اصغر اولور

(٢٩) ٤٥ و ٣٠ و ٦٠ درجه لرك جيب وتمام جيب ومماسلريني استخراج ايتمنك طريقيدر مثلا (شكل ماده ٢٦) زاويهٔ $\text{ده م هـ} = ٤٥^\circ$ فرض اولندقده $<\text{ده هـ م} = ٩٠^\circ - <\text{ده م هـ} = ٤٥^\circ$ اولملغين $\text{م ده} = \text{ده هـ}$ اولوب طرفين $\overline{\text{م هـ}}$ اوزره تقسيم اولندقده $\frac{\text{م ده}}{\text{م هـ}} = \frac{\text{ده هـ}}{\text{م هـ}}$ ياخود جيب $٤٥ =$ تمام جيب ٤٥° اولور وكذا $\overline{\text{م هـ}}^2 = \overline{\text{م ده}}^2 + \overline{\text{هـ ده}}^2 = ٢\,\overline{\text{م ده}}^2$ اوله رق جيب $٤٥^\circ = \frac{\text{م ده}}{\text{م هـ}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ وتمام جيب $٤٥ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ اولملغين مماس $٤٥^\circ = \frac{\text{ده هـ}}{\text{م ده}} = ١$ اولور وينه م ب هـ مثلث متساوى الاضلاعى متساوى الزوايا اولديغندن زواياسندن هربرى ايكى زاويهٔ قائمه نك ثلثى يعنى ٦٠° اوله رق ب هـ اوزرينه $\overline{\text{م ء}}$ عمودى اخراج اولندقده موقع عمود ايله قاعده نهايتلرى بينده اولان $\overline{\text{ب ء}}, \overline{\text{ء هـ}}$ بعدلرندن هربرى $\overline{\text{ب هـ}}$ [illegible] قاعده‌سنه ياخود مساويسى اولان $\overline{\text{م ب}}, \overline{\text{م هـ}}$ ضلعلرينك ياريسنه [illegible] اولوب

$$<\text{ب م ء} = <\text{ء م هـ} = ٣٠^\circ$$

$$\therefore \text{جيب } ٣٠^\circ = \frac{\text{ء ب}}{\text{م ب}} = \frac{\frac{١}{٢}\text{م ب}}{\text{م ب}} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{تمام جيب } ٣٠^\circ = \sqrt{(١ - \text{جيب}^2\, ٣٠)} = \sqrt{(١ - \frac{١}{٤})} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

$$\text{مماس } ٣٠^\circ = \frac{\text{جيب}}{\text{تمام جيب } ٣٠} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$$

$$\text{جيب } ٦٠^\circ = \text{تمام جيب } (٩٠^\circ - ٦٠) = \text{تمام جيب } ٣٠^\circ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

تمام جیب ٦٠° = جیب (٩٠° − ٦٠°) = جیب ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

مماس ٦٠ = $\frac{\text{جیب ٦٠}}{\text{تمام جیب ٦٠}}$ = $\sqrt{٣}$



زوایای کثیره دن عبارت اولان دستورات نسبیه یی شاملدر

شکل ۱۳

(٣٠) ایکی زاویه نك جیبلریله تمام جیبلری معلوم ایکن زاویه لر مذکوره نك مجموعلریله بینلرنده اولان فضلك جیبلرینی وتمام جیبلرینی استخراج ایتمنك طریقیدر مثلا م ط ، ط م د زاویه لرندن بری س ودیکری ع درجه فرض اولنوب م د اوزرنده هر قنغی ء نقطه سندن م ط ، م هـ خطلری اوزرینه د ط ، د ب عمودلری اخراج اولنه رق ط نقطه سندن م هـ ، د ب خطلری موازی ط ف ، ط هـ خطلری رسم اولندقده حادث اولان ط ب شکلی مستطیل اولمغین ط ف خطی هـ ب خطنه و ط هـ خطی ف ب خطنه مساوی اوله رق ط د ف = ٩٠ − د ط ف = ف ط م اولمغین ط ف ، هـ م خطلری متوازیبینی ط م خطی قطع ایلدیکندن ف ط م زاویه سی = ط م هـ زاویه سنه = س اولوب بو اجلدن

جیب (س + ع) = $\frac{\text{ب د}}{\text{م د}}$ = $\frac{\text{ب ف + ف د}}{\text{م د}}$ = $\frac{\text{هـ ط}}{\text{م د}}$ + $\frac{\text{ف د}}{\text{م د}}$

= $\frac{\text{هـ ط}}{\text{م ط}} \times \frac{\text{م ط}}{\text{م د}} + \frac{\text{ف د}}{\text{د ط}} \times \frac{\text{د ط}}{\text{م د}}$

= جیب س تمام جیب ع + تمام جیب س جیب ع

وکذا

$$\text{تمام جیب}(س+ع) = \frac{\text{م ب}}{\text{م د}} = \frac{\text{م هـ} - \text{هـ ب}}{\text{م د}} = \frac{\text{م هـ}}{\text{م د}} - \frac{\text{و ط}}{\text{م د}}$$

$$= \frac{\text{م هـ}}{\text{م ط}} \times \frac{\text{م ط}}{\text{م د}} - \frac{\text{و ط}}{\text{ط د}} \times \frac{\text{ط د}}{\text{م د}}$$

= تمام جیب س تمام جیب ع − جیب س جیب ع

وینه ب م ط = س ط م د = ع فرض اولنه رق م د اوزرنده (شکل ۱۰۲) هر قنغی د نقطه سندن م ب م ط خطلری اوزرینه د ب ، د ط عمودلری اخراج اولنوب د ب م ب خطلرینه موازی ط هـ ، ط ف خطلری رسم اولندقده حادث اولان و ب شکلی مستطیل اولدیغندن و هـ = د ب و ف د = هـ ب اولوب ∠ د ط و = ۹۰ −

∠ م ط هـ = س

$$\text{جیب}(س-ع) = \frac{\text{ب د}}{\text{م د}} = \frac{\text{هـ ط} - \text{ط و}}{\text{م د}} = \frac{\text{هـ ط}}{\text{م د}} - \frac{\text{ط و}}{\text{م د}}$$

$$= \frac{\text{هـ ط}}{\text{م ط}} \times \frac{\text{م ط}}{\text{م د}} - \frac{\text{ط و}}{\text{ط د}} \times \frac{\text{ط د}}{\text{م د}}$$

= جیب س تمام جیب ع − تمام جیب س جیب ع

وکذا
$$\text{تمام جیب}(س-ع) = \frac{\text{م ب}}{\text{م د}} = \frac{\text{م هـ} + \text{هـ ب}}{\text{م د}} = \frac{\text{م هـ}}{\text{م د}} + \frac{\text{و د}}{\text{م د}}$$

$$= \frac{\text{م هـ}}{\text{م ط}} \times \frac{\text{م ط}}{\text{م د}} + \frac{\text{و د}}{\text{ط د}} \times \frac{\text{ط د}}{\text{م د}}$$

= تمام جیب س تمام جیب ع + جیب س جیب ع

اولوب ایکی زاویه نك جیبلریله تمام جیبلری معلوم اوله رق زاویه تین مذکوره تینك مجموعلریله بینلرنده اولان فضلك جیبلریله تمام جیبلری استخراج اولنمش اولوب مطلوب حاصل اولور

الامثله

٤٥ و ٣٠ درجه لرك جيبلرى و تمام جيبلرى معلوم ايكن اشبو ٧٥ و ١٥ درجه لرك جيبلرينى و تمام جيبلرينى استخراج بو وجهله در

$$\text{جيب } ٤٥ = \text{تمام جيب } ٤٥ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$$

$$\text{جيب } ٣٠ = \frac{١}{٢} \qquad \text{تمام جيب } ٣٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

$$\text{جيب } ٧٥ = \text{جيب } (٤٥ + ٣٠) = \text{جيب } ٤٥ \text{ تمام جيب } ٣٠ + \text{تمام جيب } ٤٥ \text{ جيب } ٣٠$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{٢}} (\sqrt{٣} + ١)$$

وكذا تمام جيب ٧٥ = تمام جيب $(٤٥ + ٣٠) = \frac{١}{٢\sqrt{٢}} (\sqrt{٣} - ١)$

$$\text{جيب } ١٥ = \text{جيب } (٤٥ - ٣٠) = \frac{١}{٢\sqrt{٢}} (\sqrt{٣} - ١)$$

$$\text{تمام جيب } ١٥ = \text{تمام جيب } (٤٥ - ٣٠) = \frac{١}{٢\sqrt{٢}} (\sqrt{٣} + ١)$$

(٣١) جيب ٢ س = ٢ جيب س تمام جيب س دستورعمومينك اوتوزنجى ماده ده استخراج اولنان دستورلر واسطه سيله طريق استحصالى بو وجهله در

جيب (س + ع) = جيب س تمام جيب ع + تمام جيب س جيب ع اولمغله ع محلنه س تحرير اولنه رق

جيب ٢ س = جيب س تمام جيب س + تمام جيب س جيب س

= ٢ جيب س تمام جيب س

دستورى حادث اولوب مطلوب حاصل اولور.

(٣٢) اشبو دستورات ثلثه دن برنجى اوتوزنجى ماده واسطه سيله

تحصیل اولنور طریق استحصالی بو وجهله در

(١) تمام جیب ٢ س = تمام جیب٢ س − جیب٢ س
(٢) تمام جیب ٢ س = ٢ تمام جیب٢ س − ١
(٣) تمام جیب ٢ س = ١ − ٢ جیب٢ س

اوتوزنجی مادده بیان اولندیغی اوزره

تمام جیب (س + ع) = تمام جیب س تمام جیب ع − جیب س جیب ع

اولمغین اشبو دستور عمومینك ایکی طرفنده ع محلنه س وضع اولندقده

تمام جیب ٢ س = تمام جیب س تمام جیب س − جیب س جیب س
= تمام جیب٢ س − جیب٢ س

اولوب وینه

تمام جیب ٢ س = تمام جیب٢ س − جیب٢ س
و ١ = جیب٢ س + تمام جیب٢ س

اولدیغندن بربریله جمع وطرح اولندقده

١ + تمام جیب ٢ س = ٢ تمام جیب٢ س
١ − تمام جیب ٢ س = ٢ جیب٢ س

اولوب اشبو معادله لردن تمام جیب ٢ س تحصیل برله

تمام جیب ٢ س = ٢ تمام جیب٢ س − ١
تمام جیب ٢ س = ١ − ٢ جیب٢ س

اولوب مطلوب حاصل اولور

(٢٣) كذلك اراءه اولنه بيلوركه

تمام جيب س + جيب س = ± √(١ + جيب ٢س)

تمام جيب س − جيب س = ± √(١ − جيب ٢س)

اوتوز بر واوتوز ايكى ماده لرنده جيب ٢ س = ٢ جيب س تمام جيب س

و ١ = جيب² س + تمام جيب² س اولمغين بربريله جمع وطرح اولندقده

١ + جيب ٢ س = تمام جيب² س + ٢ جيب س تمام جيب س + جيب² س

١ − جيب ٢ س = تمام جيب² س − ٢ جيب س تمام جيب س + جيب² س

اوله رق طرفينك جذرلرى اخذ اولندقده

تمام جيب س + جيب س = ± √(١ + جيب ٢ س)

تمام جيب س − جيب س = ± √(١ − جيب ٢ س)

اولوب مطلوب حاصل اولور

(٢٤) ايكى زاويه نك مماسلرى معلوم ايكن اول زاويه لر مجموعيله بينلرنده اولان تفاضلك مماسلرينى استخراج بو وجهله در

مماس (س + ع) = جيب (س + ع) / تمام جيب (س + ع) = (جيب س تمام جيب ع + تمام جيب س جيب ع) / (تمام جيب س تمام جيب ع − جيب س جيب ع)

كسر اخيرك صورتيله مخرجى تمام جيب س تمام جيب ع كميتنه تقسيم اولندقده

مماس (س + ع) = (جيب س / تمام جيب س + جيب ع / تمام جيب ع) / (١ − جيب س / تمام جيب س · جيب ع / تمام جيب ع) = (مماس س + مماس ع) / (١ − مماس س مماس ع)

اولوب مماس (س − ع) كميتيله دخى بو مثللو عمل اولندقده

مماس (س − ع) = (مماس س − مماس ع) / (١ + مماس س مماس ع)

حادث اولوب مطلوب حاصل اولور

نتیجه اشبو دعوانك شق اولنده س محلنه ع وضع اولندقده

$$\text{مماس ۲ س} = \frac{\text{۲ مماس س}}{\text{۱} - \text{مماس}^{۲}\,\text{س}}$$

حادث اولوب برزاویه نك مماسی معلوم ایكن ضعفنك مماسی ایچون بر دستور عمومی اولمش اولور

(۳۵) برزاویه نك مماسی معلوم ایكن اول زاویه ضعفنك جیبیله تمام جیبنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا مماس س معلوم اوله رق جیب ۲ س و تمام جیب ۲ س كمیتلری مطلوب اولسه طریق استخراجی بو وجهله در

$$\text{جیب ۲ س} = \text{۲ جیب س تمام جیب س} \quad \text{(ماده ۲۱)}$$

$$= \frac{\text{۲ جیب س}}{\text{تمام جیب س}}\ \text{تمام جیب}^{۲}\,\text{س}$$

$$= \frac{\text{۲ مماس س}}{\text{قاطع}^{۲}\,\text{س}} \quad \text{(ماده ۲۶ و ۲)}$$

$$= \frac{\text{۲ مماس س}}{\text{قاطع}^{۲}\,\text{س}} = \frac{\text{۲ مماس س}}{\text{۱} + \text{مماس}^{۲}\,\text{س}} \quad \text{(۲۶ و ۷)}$$

وینه

$$\text{تمام جیب ۲ س} = \text{۲ تمام جیب}^{۲}\,\text{س} - \text{۱} \quad \text{(۳۲ و ۲)} = \text{[illegible]}$$

$$= \frac{\text{۲}}{\text{۱} + \text{مماس}^{۲}\,\text{س}} - \text{۱} = \frac{\text{۱} - \text{مماس}^{۲}\,\text{س}}{\text{۱} + \text{مماس}^{۲}\,\text{س}}$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

(۳۶) اوتوز بجی ماده ده اثبات اولندیغی اوزره اشبو

$$\text{جیب (س + ع)} = \text{جیب س تمام جیب ع} + \text{تمام جیب س جیب ع}$$

$$\text{جیب (س − ع)} = \text{جیب س تمام جیب ع} - \text{تمام جیب س جیب ع}$$

$$\text{تمام جیب (س + ع)} = \text{تمام جیب س تمام جیب ع} - \text{جیب س جیب ع}$$

تمام جیب (س − ع) = تمام جیب س تمام جیب ع + جیب س جیب ع

دستورات اربعه دن برنجی ایله ایکنجی بربریله جمع وطرح اولندقده

جیب (س + ع) + جیب (س − ع) = ۲ جیب س تمام جیب ع

جیب (س + ع) − جیب (س − ع) = ۲ تمام جیب س جیب ع

دستورلری حاصل اولوب اوچنجی ایله دردنجی جمع وطرح اولندقده

تمام جیب (س + ع) + تمام جیب (س − ع) = ۲ تمام جیب س تمام جیب ع

تمام جیب (س − ع) − تمام جیب (س + ع) = ۲ جیب س جیب ع

دستورلری حاصل اولور

(۲۷) ایکی زاویه مجموعنك نصفیله اولزاویه لرك بیننده واقع تفاضلك نصفنك جیبلریله تمام جیبلری معلوم ایکن زاویه تین مذکوره تین جیبلریله تمام جیبلری مجموعنی وبینلرنده اولان تفاضلی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا ½ (س + ع) و ½ (س − ع) زاویه لرینك جیبلریله تمام جیبلری معلوم اوله رق جیب س ± جیب ع وتمام جیب س ± تمام جیب ع کیتلرینی استخراج بو وجهله

چونکه س = ½ (س + ع) + ½ (س − ع)

وع = ½ (س + ع) − ½ (س − ع) اولمغین

جیب س = جیب ½ (س + ع) تمام جیب ½ (س − ع) + تمام جیب ½ (س + ع) جیب ½ (س − ع)

جیب ع = جیب ½ (س + ع) تمام جیب ½ (س − ع) − تمام جیب ½ (س + ع) جیب ½ (س − ع)

اولديغندن بربريله جمع وطرح اولندقده

(١) جيب س + جيب ع = ٢ جيب ١/٢ (س + ع) تمام جيب ١/٢ (س − ع)

(٢) جيب س − جيب ع = ٢ تمام جيب ١/٢ (س + ع) جيب ١/٢ (س − ع)

اولوب ذكر اولنان س و ع زاويه لرينك جيبلرى برينه تمام جيبلرى اخذ اولنوب كما فى السابق بربريله جمع وطرح اولنده قده

(٣) تمام جيب س + تمام جيب ع = ٢ تمام جيب ١/٢ (س + ع) تمام جيب ١/٢ (س − ع)

(٤) تمام جيب ع − تمام جيب س = ٢ جيب ١/٢ (س + ع) جيب ١/٢ (س − ع)

حاصل اولەرق اسبو دستورات اربعه كثير الاستعمال اولوب اقدمجه ذكر اولنان دعوى ايله دخى تحصيل اولنه بيلور

(٣٨) اشبو ايكى دستورده خى ذكرى سبقت ايدن دستورات واسطه سيله اثبات اولنور

جيب ه س + جيب (ه − ٢) س = ٢ جيب (ه − ١) س تمام جيب س
تمام جيب ه س + تمام جيب (ه − ٢) س = ٢ تمام جيب (ه − ١) س تمام جيب س

شويله كه

جيب ه س = جيب {(ه − ١) س + س} = جيب (ه − ١) س تمام جيب س
+ تمام جيب (ه − ١) س جيب س

اولوب كذلك

جيب (ه − ٢) س = جيب (ه − ١) س تمام جيب س − تمام جيب (ه − ١) س جيب س

اولديغندن بربريله جمع اولنده قده

جیب ه س + جیب (ه − ٢) س = ٢ جیب (ه − ١) س تمام جیب س (١)

وبنه

تمام جیب ه س = تمام جیب (ه − ١) س تمام جیب س − جیب (ه − ١) س جیب س

وتمام جیب (ه − ٢) س = تمام جیب (ه − ١) س تمام جیب س + جیب (ه − ١) س جیب س

اولمغین بربریله جمع اولندقده

تمام جیب ه س + تمام جیب (ه − ٢) س = ٢ تمام جیب (ه − ١) س تمام جیب س (٢)

دستور ثانیسی حاصل اولور

نتیجه درون دعواده ه کمیتی ٢ فرضیله

جیب ٢ س = ٢ جیب س تمام جیب س
تمام جیب ٢ س + ١ = ٢ تمام جیب٢ س
تمام جیب ٢ س = ٢ تمام جیب٢ س − ١

یاخود مذکور ه کمیتی ٣ فرضیله برنجی دستوردن

جیب ٣ س = ٢ جیب ٢ س تمام جیب س − جیب س = ٤ جیب س تمام جیب٢ س − جیب س

= ٤ جیب س (١ − جیب٢ س) − جیب س = ٣ جیب س − ٤ جیب٣ س

وایکنجی دستوردن

تمام جیب ٣ س = ٢ تمام جیب ٢ س تمام جیب س − تمام جیب س

= ٢ تمام جیب س (٢ تمام جیب٢ − ١) − تمام جیب س

= ٤ تمام جیب٣ س − ٣ تمام جیب س

وبومنواللا ونرده ه کمیتی ٤ وه و ٦ لخ فرضیله جیب ٤ س جیب ه س

جیب ٦ س لخ وتمام جیب ٤ س تمام جیب ه س تمام جیب ٦ س کمیتلری

استخراج اولنه بيلور

(٢٩) ١٨° و ٧٢° و ٣٦° و ٥٤° درجه لرك دستورات سابقه واسطه سيله جيبلرينى و تمام جيبلرينى استخراج بو وجهله در

جيب ٣٦° = تمام جيب (٩٠° − ٣٦°) = تمام جيب ٥٤°

ياخود ١٨ = س فرض اولنه رق جيب ٢ س = تمام جيب ٣ س

∴ ٢ جيب س تمام جيب س = ٢ تمام جيب ٢ س تمام جيب س − تمام جيب س (ماده ٢٨)

∴ ٢ جيب س = ٢ تمام جيب ٢ س − ١ = ٢ (١ − ٢ جيب² س) − ١

∴ ٤ جيب² س + ٢ جيب س = ١

معادله سى حادث اولوب حل اولندقده جيب س = (±√٥ − ١) / ٤ اولمغيز اون سكز درجه نك جيبى مثبت اولديغندن زائد علامتنه اعتبار اولنه رق

(√٥ − ١) / ٤ = جيب ١٨° = تمام جيب (٩٠ − ١٨°) = تمام جيب ٧٢°

و تمام جيب² ١٨° = ١ − جيب² ١٨° = ١ − (٦ − ٢√٥) / ١٦ = (١٠ + ٢√٥) / ١٦

∴ تمام جيب ١٨° = √(١٠ + ٢√٥) / ٤ = جيب ٧٢°

و بنه

جيب ٥٤° = تمام جيب ٣٦° = تمام جيب ٢ × ١٨° = تمام جيب² ١٨ − جيب² ١٨°

= (١٠ + ٢√٥) / ١٦ − (٦ − ٢√٥) / ١٦

= (√٥ + ١) / ٤

تمام جيب² ٥٤° = ١ − جيب² ٥٤° = ١ − (٦ + ٢√٥) / ١٦ = (١٠ − ٢√٥) / ١٦

∴ تمام جيب ٥٤° = √(١٠ − ٢√٥) / ٤ = جيب ٣٦°

مذکور درجه لرك جیبلری و تمام جیبلری استخراج اولنمش اولور.
مطلوب حاصل اولور

مثلثات جدوللرینك استخراجلری بیانندەدر

(٤٠) علم مثلثات مستویه نك موضوعی اولان اضلاع وزوایای مجهوله سنك سالف الذکر دستورات عمومیه واسطه سیله استخراج واستعلامی بر دقیقه دن بدأ ایله طقسان درجه یه وارنجه زوایانك جیب و تمام جیب و مماس و تمام مماسلرینی حاوی مثلثات جدوللری تعبیر اولنان جداولك اعانه سیله اوله رق ترکب واعمالرینك معرفتی لزم اولمغین بو محلده ذکری مناسب کورلمشدر

بر دقیقه مقداری اولان زاویه نك جیب و تمام جیبی استخراج ایتمنك طریقیدر

اوتوز ایکنجی ماده نك اوچنجی دستورینه نظراً $\text{جیب ب} = \sqrt{\frac{1 - \text{تمام جیب ۲ب}}{2}}$ اولمغین اشبو دستورده ب محلنه $\frac{1}{2}$ب وضع اولنه رق $\text{جیب } \frac{1}{2}\text{ب}$
$= \sqrt{\frac{1 - \text{تمام جیب ب}}{2}}$ اولوب تمام جیب ب محلنه دخی $\sqrt{(1 - \text{جیب}^2\text{ ب})}$
اقامه اولندقده $\text{جیب } \frac{1}{2}\text{ب} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \text{جیب}^2\text{ ب}}}$ دستوری حادث اوله رق بر زاویه نك جیبیله ضعفنك جیبی بیننده بر دستور اولمش اولور وکذا اشبو دستور اخیرده ب یرینه $\frac{1}{2}$ب تحریر اولندقده اشبو

$$\text{جیب } \frac{\text{ب}}{2^2} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \text{جیب}^2 \frac{\text{ب}}{2}}}$$

وعلی التوالی ب یرینه $\frac{\text{ب}}{2}$ وضع ایله

$$\text{جب}\ \frac{\text{ب}}{\text{٣٢}}=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\text{جب}^2\ \frac{\text{ب}}{\text{١٦}}}}$$

$$\text{جب}\ \frac{\text{ب}}{\text{٦٤}}=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\text{جب}^2\ \frac{\text{ب}}{\text{٣٢}}}}$$

$$\text{جب}\ \frac{\text{ب}}{\text{١٢٨}}=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\text{جب}^2\ \frac{\text{ب}}{\text{٦٤}}}}$$

$$\text{جب}\ \frac{\text{ب}}{2^{\text{ن}}}=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\text{جب}^2\ \frac{\text{ب}}{2^{\text{ن}-1}}}}$$

دستورلری حادث اولور ب = ٣٠° درجه فرض اولنده جب٢ ٣٠ = ¼ اولمغین برنجی دستوردن

$$\text{جب}\ 15=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\text{جب}^2\ 30}}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{1}{4}}}=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}}$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$$
$$=0.2588190$$

$$\text{وكذا جب}\ 7°30'=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-(0.2588190)^2}}$$

استخراج اولندقده صكره تكرار ٧°٣٠ تضعيف ونصفی اولان ٣°٤٥ جيبی طريق مذكور ايله استخراج واولدخی تنصيف وانك نصفی اولان ١°٥٢′٣٠ جيبی تحصيل وبنه تنصيف وهكذا كرة بعد اخری اون بر دفعه تنصيف اولنه رق تنصيفات مذكوره نك جيبلری قاعدهٔ مرقومه اوزره صره سيله استخراج اولندقده اوان واون برنجی

تنصیفده جیب ۲/۳۰ یاخود جیب ۳۰،۷، ۲۸، ۲۵، ۱ = ۰٫۰۰۰۵۱۱۳۲۲۶۹

جیب ۲/۳۰ یاخود جیب ۴۵، ۴۳، ۳۳، ۴۴، ۲، ۵ = ۰٫۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴

جیبلری حاصل اولوب بوندن ظاهر اولورکه بر زاویه نك کندوسی تنصیف اولندقجه جیبی دخی تنصیف اولندیغندن زیرده بیان اولنه جق دعوانك صحتی تبیین ایدر

غایت صغر اولان زاویه لرك بر برینه نسبتی انلرك جیبلرینك بر برینه نسبتی کبیدر

یعنی جیب ۲/۳۰ : جیب ا :: ۳۰×۶۰ / ۲¹¹ : ا

:: ۱۵×۱۵ / ۲⁸ : ا

اولوب اشبو نسبتده طرفین بر برینه ضرب اولنوب حاصل ضرب وسط معلومه تقسیم اولندقده وسط مجهول اولان

جیب ا = جیب ۳۰ / ۲¹¹ × ۲۵۶ / ۲۲۵

= ۲۵۶ × ۰٫۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴ / ۲۲۵

= ۰٫۰۰۰۲۹۰۸۸۲۰۴ = تمام جیب ۵۹، ۸۹

اولمغین بر زاویه نك جیبی تمامنك تمام جیبی اولدیغندن اشبو ۸۹، ۵۹ سکسان طقوز درجه اللی طقوز دقیقه نك تمام جیبی دخی استخراج اولنمش اولور وینه دعوای سابقده بیان اولندیغی اوزره

تمام جیب س = $\sqrt{}$ ا − جیب² س

اولدیغندن تمام جیب ا = $\sqrt{}$ ا − (۰٫۰۰۰۲۹۰۸۸۲۰۴)²

= ۰٫۹۹۹۹۹۹۹۱۵۳۸٤

بو وجهله بر دقيقه نك جيبى و تمام جيبى معلوم اوله رق ما فوقى اولان زاويه لرك جيبلرى و تمام جيبلرى و توز سكزنجى ماده ايله استحصال اولنه بيلور شويله كه

جيب (ه + ١) م = ٢ تمام جيب م جيب ه م − جيب (ه − ١) م

اولديغندن اشبو دستور عموميده م = ١ فرض اولنوب ه محلنه ١ و ٢ و ٣ و ٤ لر رقملرى تحرير اولنه رق

جيب ٢َ = ٢ تمام جيب ١َ جيب ١َ − جيب

= ٪٠٠٠٥٨١٧٧٦٤٠٠٠

جيب ٣َ = ٢ تمام جيب ١َ جيب ٢َ − جيب ١َ

= ٪٠٠٠٨٧٢٦٦٤٥٠٠٠

جيب ٤َ = ٢ تمام جيب ١َ جيب ٣َ − جيب ٢َ

= ٪٠١١٦٣٥٥٢٦٠٠٠

لخ − لخ

اولوب

جيب ٢ = تمام جيب ٨٩° ٥٨َ

جيب ٣ = تمام جيب ٨٩° ٥٧َ

جيب ٤ = تمام جيب ٨٩° ٥٦َ

لخ = لخ

اولمغين اشبو كميات اخيره دخى معلوم اولمش اولور وينه اوتوز سكزنجى ماده نك دستورلرندن

تمام جيب (ه + ١) س = ٢ تمام جيب س تمام جيب ه س − تمام جيب (ه − ١) س

اولوب کما فی السابق س = اَ وه = ا و ۲ و ۳ و ٤ .... لخ علی التوالی
فرض اولنه رق حادث اولان اشبو

تمام جیب ۲َ = ۲ تمام جیب ۲ ا - تمام جیب ۰ = ۰۰۰ ۳ ۸ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹ ر

تمام جیب ۳َ = ۲ تمام جیب ا تمام جیب ۲ - تمام جیب ا = ۰۰ ۱۹ ۶ ۹۹۹۹۹۹ ر

تمام جیب ٤َ = ۲ تمام جیب ا تمام جیب ۳ - تمام جیب ۲ = ۰۰۰ ۳۲۳ ۹۹۹۹۹۹ ر

دستورلرندن تمام جیب ۲َ تمام جیب ۳َ تمام جیب ٤َ .... لخ وجیب ۸ َ۵ ۸۹°
جیب ۷ َ۵ ً ۸۹° جیب ۶ َ۵ ً ۸۹° لخ کمیتلری دخی معلوم اوله رق
اشبو عمل کره بعد اخری بو وجهله اجرا اولنه رق بر دقیقه دن طقسان
درجه یه دکین زوایانک جیبلری و تمام جیبلری استخراج اولنوب
یکرمی یدنجی ماده ده مرسوم جدولده محرر دستورات واسطه سیله
زوایای مذکوره نک مماسلری وقاطعلری دخی استخراج اولنه بیلور
اشته بو وجهله تحصیل اولنان جیبلر و مماسلر بر جدول درونده
وضع ایله الیوم مهندسین بیننده مستعمل اولان جیب اعشاری
جدوللری حاصل اولور ایمدی اعداد کثیره حقنده علم حساب
عملرینک اجراسی لغارتمه جدوللری واسطه سیله غایت اسان
اولدیغنه مبنی بالاده استخراج اولنان جیبلرک لغارتمه لری
استخراج اولنه رق بر جدول درونده وضع ایله استعمالی یسیر
اولور فقط جیوب مذکوره دن هر بری واحددن اقل
اولمغله اربابنک معلومی اولدیغی وزره اندن انلرینک مرفوعلری
منفی اولوب جدا ویل مرقومه درونده ناقص اشارتلرینک تحریری

لازم كله جكندن بوعسرتى دفع ايچون مذكور جيبلرك قيمتلرى
اكره تكثير اولنوب لغارتمه لرى استخراج اولنه رق جداول ١٠........
مذكوره درونه وضع اولنمشدر شويله كه جيب أ = ٢٩٠٨٨٨٣٠٤ س
عدده مساوى اولوب واحددن اقل اولديغندن لغارتمه سى منفى
اولور بو اجلدن جيب أ اشبو ١٠.......... = ر عدده ضرب ايله
٢٩٠٨٨٨٢٠٤٠ اولوب لغارتمه سى اخذ اولندقده لع جيب أ =
٦٫٤٦٣٧٢٦ اوله رق بو وجهله جيبلرك لغارتمه لرى استخراج برله
برجدول آخر درونه وضع اولنه رق نسبت جيبيه جدوللرى
تسميه اولنور بوندن لازم كلوركه درون رساله ده استخراج
اولنمش اولان دستورلرده بولنان جيبلر وتمام جيبلر عملياتنه
تطبيقلرندن اقدم جيب جدوللرنده بولنان جيب وتمام جيبلرى
تحويللرى ايجابندن اولمغله صورت تحويلى وجه آتى
اوزره در

درون رساله ده استخراج اولنمش اولان دستورلرده بولنان
جيبلرك نصف قطر ر يعنى (١٠)١ فرضيله حساب اولنمش جيبلره
تحويلى بياننده در

مثلا م حرفيله درون رساله ده استخراج اولنمش اولان
دستورلرده بولنان جيب هـ اشعار اولنوب هـ حرفيله نصف قطر
ر يعنى (١٠)١ اولان جيب هـ افاده اولندقده اشبو هـ كميتى م
كميتدن ر كره اعظم اولديغندن هـ = ر م اوله رق اشبو

معادله دن م كميتي استخراج اولندقده م = ن/ر اولور

سائرلري دخي بو سياق اوزره اولمش ولور بو صورتده نصف

قطري ر فرض اولنه رق حساب اولنمش اولان مثلثات جدولري

واسطه سيله درون رساله ده استخراج اولنان مثلثات

دستورلري حساب اولنور ايكن اشبو دستورلرده بولنان جيب

وتمام جيبلر كميتلرندن هر بري ذكر اولنان ر مقدارينه تقسيم

اولنور واكر اشبو جيب وتمام جيب كميتلرندن هر برينك مربعلري

ومكعبلري برد ستورده بولنور ايسه ر٢ ر٣ ... الخ مقدارلرينه

تقسيم اولنور قالديكه بالاده ذكر اولنان ر مقدارينك قيمتي

جيب جدوللرينك حسابنده ر = (١٠)^١٠ فرض اولنديغندن ايكي

طرفك لغارتمه سي اخذ اولندقده لع ر = ١٠ اولور ايمدي بو محله

دكين اولان تعريفات زيرده ايراد اولنه جق امثله ده

ايضاح اولنسه كركدر

المثال

ب جيب هـ = حـ مماس ٢ و

اولوب جيب جدوللرينه تطبيق ايچون بالاده اثبات اولنان قاعده

موجبنجه اشبو مثالده بولنان جيب ومماس كميتلري ذكر اولنان ر

مقدارينه تقسيم ايله

$$\frac{\text{ب جيب هـ}}{\text{ر}} = \text{م}\,\frac{\text{مماس ٢ و}}{\text{ر٢}}$$

اولوب اشبو معادله نك ايكي طرفي كسردن خلاص برله

ب ر جيب هـ = ﺣ مماس ع و

اولوب ايكى طرفك لغاريتمه سى اخذ اولندقده

لع ب + لع ر + لع جيب هـ = لع ﺣ + ٢ لع مماس و

اوز رق ب ر ﺣ و حرفلرينك ارائه ايلدكلرى قيمتلرى محللرينه وضع برله انساب ونسبت جيبيه جدوللرى واسطه سيله دستور مذكور حساب اولنه بيلور حالبوكه اعطا اولنان دستور

م = جب هـ / جب و شكلنده بولنسه اشبو جيبلرى تحويل اقتضا ايتمز چونكه بركسرك صورتيله مخرجى برعدده تقسيم ايله قيمتى تغيير اولنمديغندن مذكور كسرك صورتيله مخرجى برر مقدارينه تقسيم ايله تحويل اولنميه رق بتنه حالى ورزه قالور بو تقديرجه بو محلده واقع تعريفات كما فى الاول اوله رق زيرده ايراد اولنجق امثله دن دخى نمايان اولور

مثلثاته متعلق اولان مسائلك دستورات سابقه

واسطه سيله كيفيت حللرى

بياننده در

(٤١) هر مثلثده اوچ ضلع ديگر اوچ زاويه اولمق اوزره التى شى بولنوب اشبو التيدن بر ضلع اولمق شرطيله اعطا اولنان هر قنغى معلومات ثلثه دن مجهولات باقيه استخراج اولنه بيلور ومثلثلرك زوايا سى رأس زوايا ده تحرير اولنان حروف ايله تعبير اولنه رق مقابللرى بولنان اضلاع اشبو حروفك حركه لو سيله

اشارت وافاده اولنور

شكل ١٥

(٤٢) هر مثلثك اضلاعى موتر اولدقلرى زاويه لرك جيبلريله متناسب اولورلر زيرا م ب ح مثلثنده ح زاويهٔ رأسندن م ب قاعده سى اوزرينه ياخود اخراج اولنان قاعده سى اوزرينه ح د عمودى انزال اولنه رق بكرمى بشنجى ماده ده اثبات اولنديغى وزره

جيب ح م ب = جيب ح م د = ح د / ح ب

اولوب كذلك

جيب ح ب م = جيب ح ب د = ح د / ح ب

اوله رق طرفين بربرينه تقسيم ايله

جب ح م ب / جب ح ب م = ح ب / ح م ياخود جب م / جب ب = مَ / بَ

اولور وبو مثللو اثبات اولنه بيلوركه ب نقطه سندن مقابلى بولنان ضلع اوزرينه بر عمود اخراج ايله جب م / مَ = جب ح / حَ اولوب هرقنغى مثلثدن ضلعلرك بربرينه نسبتى موتر اولدقلرى زاويه جيبلرينك بربرينه نسبتى كبى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه بر مثلثك اضلاع وزوايا سندن هرقنغى وجى معلوم اولسه مجهولات باقيه سى اشبو

جب م / جب ب = مَ / بَ

جب ب / جب ح = بَ / حَ

م + ح + ب = ١٨٠

دستورات ثلثه واسطه سيله استحصال اولنه بيلور شول

شرطله كه معلومات مذكوره دن برى ضلع اوله زيرا اضلاع
ايله زوايا بيننده اولان بالاده محرر ايكى دستورده م ت ح
مجهوللرى بولنمغين ايكى معادله اوچ مجهولى حاوى اولوب قاعدهٔ
جبر اوزره حللرى ممكن اولميه رق يالكز بينلرنده اولان تناسب
استعلام اولنه بيلور واشبو ماده ذهنده دخى تصور اولنسه
مثلثات متشابهٔ كثيره نك مختلف الاضلاع اوللرندن نشئت
ايلديكى ظاهر اولور

(٤٣) بر مثلثك اضلاع وزواياسندن برى ضلع اولمق اوزره
هر قنغى اوچى معلوم اولسه فرق برنجى ماده نك دستورلريله
مجهولات باقيه استخراج اولنه بيلور ايسه ده ذكر اولنه جق
دعوانك حلنه دستورات مذكوره تطبيق اولنه مديغندن
استثنا اوله رق دعواى مشكوكه اطلاق اولنور شويله كه
م ت ح مثلثندن م ت ضلعلرى وبريله موتر اولان م
زاويه سى معلوم اولوب ت زاويه سنك استخراجى مطلوب
اولسه معلوم اولان زاويه نك موتر اولديغى ضلعك مجهول
اولان زاويه نك موتر اولديغى ضلعدن يعنى م ضلعنك ت ضلعندن
اعظم اولمسى اقتضا ايدر زيرا م ت ح مثلثك م ت ضلعى ت
جهتنه اخراج اولنوب ح ت ضلعنه مساوى ح ء قطع وح ء
نقطه لرى بينى وصل اولندقده ت : م :: جيب ب = جيب د :
جيب م اولمغين ت زاويه سيله ء زاويه سندن قنغيسى استخراج

شكل ١٦

اولندیغی معلوم اولمیه رق دعوانك مشكوك اولدیغی ظاهر اولور

(٤٤) برمثلثك اضلاع ثلثه سی معلوم اولوب زوایاسندن هرقنغیسنك تمام جیبنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا شكل ٤ ماده ٤٢ ده ح ب م مثلثنك ح ب ح م م ب ضلعلری معلوم اوله رق زوایاسندن م زاویه سنك تمام جیبنی استخراج ایتمك مراد اولنسه

اولا اصول هندسه ده اثبات اولندیغی وجه اوزره $\overline{حب}^2 = \overline{مح}^2 + \overline{مب}^2 - ۲\ مب \times مد$ اولوب كذلك شكل ٣ ماده ٤٢

$\overline{حب}^2 = \overline{مح}^2 + \overline{مب}^2 + ۲\ مب \cdot مد$

اولدیغندن $\frac{مد}{مح}$ = تمام جیب ح م د = تمام جیب ح م ب شكل ٢ ماده ٤٢ = تمام جیب ح م ب (ماده ٢٥) اولمغین بالاده محرّر ایكی دستورده م د محلنه مساویسی وضع اولندقده $\overline{حب}^2 = \overline{مح}^2 + \overline{مب}^2 - مح\ مب$ تمام جیب ح م ب اولوب اشبو معادله دن تمام جیب ح م ب تحصیل اولندقده

$$\text{تمام جیب ح م ب} = \frac{\overline{مح}^2 + \overline{مب}^2 - \overline{حب}^2}{۲\ مح \cdot مب}$$

یاخود

$$\text{تمام جیب م} = \frac{\overline{ب}^2 + \overline{ح}^2 - \overline{م}^2}{۲\ ب\ ح}$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

(٤٥) برمثلثك اضلاع ثلثه سی معلوم اوله رق زوایاسندن هرقنغیسنك نصفنك تمام جیبنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا شكل ٤ ماده ٤٢

ھ ب م مثلثك اضلاعی حَ تَ مَ فرض اولنوب م زاویه سنك نصفك جیبنی استخراج ایتمك مراد اولنسه اولاً دعوای اقدمدن ظاهر اولدیغی اوزره

$$\text{١} + \text{تمام جیب م} = \text{١} + \frac{\text{تَ}^{2} + \text{حَ}^{2} - \text{مَ}^{2}}{\text{٢ تَ حَ}}$$

اولمغین اشبو عدد صحیح مع الکسر بسط اولندقده

$$\text{١} + \text{تمام جیب م} = \frac{\text{تَ}^{2} + \text{حَ}^{2} + \text{٢ تَ حَ} - \text{مَ}^{2}}{\text{٢ تَ حَ}}$$

$$= \frac{(\text{تَ} + \text{حَ})^{2} - \text{مَ}^{2}}{\text{٢ تَ حَ}}$$

اولوب مضروبینه حل اولندقده

$$= \frac{(\text{تَ} + \text{حَ} + \text{مَ})(\text{تَ} + \text{حَ} - \text{مَ})}{\text{٢ تَ حَ}}$$

اوله رق نصف مجموع اضلاع ھ فرضیله

$$\text{ھ} - \text{مَ} = \tfrac{1}{2}(\text{تَ} + \text{حَ} + \text{مَ}) - \text{م}$$

$$= \tfrac{1}{2}(\text{تَ} + \text{حَ} - \text{مَ})$$

اولمغین بالاداه استخراج اولنان دستورده محلنه وضع اولندقده

$$\text{١} + \text{تمام جیب م} = \frac{\text{٢ ھ} \times \text{٢}(\text{ھ} - \text{مَ})}{\text{٢ تَ حَ}}$$

و ١ + تمام جیب م ایچون مساویسی اولان ٢ تمام جیب^{2} $\tfrac{1}{2}$ م محلنه اقامه وایکی طرفده مشترك اولان کمیات ترك و طرفینك جذرلری اخذ اولندقده

$$\text{تمام جیب } \tfrac{1}{2}\text{ م} = \sqrt{\frac{\text{ھ}(\text{ھ} - \text{مَ})}{\text{تَ حَ}}}$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

(٤٦) بر مثلثك اضلاع ثلثه سی معلوم اوله رق زوایاسندن

هر قنغیسنك نصفنك جیبنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا
شكل (ماده ٤٢) ب م ح مثلثنك اضلاع ثلثه سی معلوم اوله رق
م زاویه سی نصفنك جیبنی استخراج ایتمك مراد اولنسه طریقی
بو وجهله در

$$٢\,\text{جیب}^{٢}\,\tfrac{١}{٢}\,\text{م} = ١ - \text{تمام جیب م} = ١ - \frac{\text{ب}^{٢} + \text{ح}^{٢} - \text{م}^{٢}}{٢\,\text{ب ح}}$$

بسط اولندقده

$$= \frac{\text{م}^{٢} - (\text{ب} - \text{ح})^{٢}}{٢\,\text{ب ح}}$$

$$= \frac{(\text{م} + \text{ح} - \text{ب})(\text{م} + \text{ب} - \text{ح})}{٢\,\text{ب ح}}$$

اولوب نصف مجموع اضلاع ایچون ه وضع اولندقده

$$\text{ه} - \text{ب} = \tfrac{١}{٢}(\text{م} + \text{ب} + \text{ح}) - \text{ب} = \tfrac{١}{٢}(\text{م} + \text{ح} - \text{ب})$$

وكذا

$$\text{ه} - \text{ح} = \tfrac{١}{٢}(\text{م} + \text{ب} - \text{ح})$$

اولوب مساویلری یرلرینه وضع ایله

$$٢\,\text{جیب}^{٢}\,\tfrac{١}{٢}\,\text{م} = \frac{٢(\text{ه} - \text{ب}) \times ٢(\text{ه} - \text{ح})}{٢\,\text{ب ح}}$$

اولوب طرفین ٢ عدده تقسیم و جذرلری اخذ اولنه رق

$$\text{جیب}\,\tfrac{١}{٢}\,\text{م} = \sqrt{\frac{(\text{ه} - \text{ب})(\text{ه} - \text{ح})}{\text{ب ح}}}$$

اولمغین جیب ½ م تحصیل اولنمش اولور

تنبیه اشبو دعوی ایله دعوای سابقده جزئیه علامتنك ایكی
اشارتی وار ایسه ده زائد علامتنه اعتبار اولنور زیرا م زاویه سی
مثلثده واقع اولمغین ١٨٠ درجه یعنی ایكی زاویه قائمه دن اقل
اوله رق (اصول هندسه مقاله ٣) جیبیله تمام جیبی مثبت
اولمش اولور

(٤٧) برمثلثك اضلاع ثلثه سى معلوم ايكن زوايا سندن هر قنغيسنك جيبنى استخراج بو وجهله در

$$\text{جيب}^2\text{م} = 1 - \text{تمام جيب}^2\text{م} = (1 + \text{تمام جيب م})(1 - \text{تمام جيب م})$$

$$= \left(1 + \frac{\text{ب}^2 + \text{ح}^2 - \text{م}^2}{2\,\text{ب ح}}\right)\left(1 - \frac{\text{ب}^2 + \text{ح}^2 - \text{م}^2}{2\,\text{ب ح}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\,\text{ب}^2\text{ح}^2}(\text{ب}+\text{ح}-\text{م})(\text{ب}+\text{ح}+\text{م})(\text{م}+\text{ب}-\text{ح})(\text{م}+\text{ح}-\text{ب})$$

كما فى السابق ه نصف مجموع اضلاع فرض اولنه رق اشبو مضروبات اربعه نك مساويلرى يرلرينه وضع اولندقده

$$= \frac{1}{4\,\text{ب}^2\text{ح}^2}\, 2\text{ه} \times 2(\text{ه}-\text{م}) \times 2(\text{ه}-\text{ب}) \times 2(\text{ه}-\text{ح})$$

$$\text{جيب م} = \frac{2}{\text{ب ح}}\sqrt{\text{ه}(\text{ه}-\text{م})(\text{ه}-\text{ب})(\text{ه}-\text{ح})}$$

اولوب اشبو جيب دستورى و تمام جيب دستورى بربريله وزينه تقسيم اولندقده

$$\text{ماس}\tfrac{1}{2}\text{م} = \frac{\text{جيب}\tfrac{1}{2}\text{م}}{\text{تمام جيب}\tfrac{1}{2}\text{م}} = \sqrt{\frac{(\text{ه}-\text{ب})(\text{ه}-\text{ح})}{\text{ه}(\text{ه}-\text{م})}}$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

قائم الزاويه مثلثلرى دستورلرينك لغاريتمه دستورلرينه تحويلى بيانندهدر

(٤٨) اولا برمثلث قائمه الزاويه ده زاويه قائمه و برضلع وجزء ديكرى معلوم ايكن مجهولات باقيه يى استخراج ايتمك طريقيدر مثلا م ب ح مثلث قائم الزاويه ده ح زاويه سى قائمه اولوب م زاويه حاده سى و ح ضلعى معلوم اوله رق اشبو معلومات ثلثه دن مجهولات باقيه استحصالى مراد اولنسه $\frac{\text{ب}}{\text{ح}}$ = تمام جيب م و $\frac{\text{م}}{\text{ح}}$

شكل ١٧

= جیب م اولدیغندن ایکی طرفک لغارتمه لری اخذ اولنده قده

لع ت = لع ح + لع تمام جیب م — ۱۰
لع مَ = لع حَ + لع جیب م — ۱۰

اشبو ایکی معادله دن ت ایله م ضلعلری تحصیل برله م زاویه سی معلوم اولدیغندن زاویهٔ ب = ۹۰ — م اولمغین ب زاویه سی دخی معلوم اولوب مطلوب حاصل اولور

تنبیه درون دعواده اعطا اولنان معلومات ثلثه دن بری م زاویه سی اولمیه رق ب زاویه سی اولسه ایدی مجهولات باقیه نک استخراجی ینه بو وجهله در

ثانیاً م زاویه سیله ت ضلعی معلوم اوله رق مجهولات باقیه نک استخراجی بو وجهله در

حَ/ت = قاطع م و مَ/ت = مماس م

لع حَ = لع ت + لع قاطع م — ۱۰ دستورندن حَ ضلعی
لع مَ = لع ت + لع مماس م — ۱۰ دستورندن مَ ضلعی

تحصیل اولنوب ب = ۹۰ — م اولدیغندن ب زاویه سی دخی معلوم اولمش اولور

ثالثاً م زاویه سیله مَ ضلعی معلوم اوله رق مجهولات باقیه مطلوب اولسه

مَ/ت = مماس م اولمغین ت = مَ/مماس م یاخود = مَ × تمام مماس م

طرفینک لغارتمه لری اخذ اولنده قده

لع تَ = لع مَ – لع مماس م + ١٠ یاخود = لع مَ + لع تمام مماس م
– ١٠ وینه مَ/حَ = جیب م اولمغین حَ = مَ/جیب م یاخود = مَ
تمام قاطع م اولوب طرفینك لغارتمه لری اخذ برله
لع حَ = لع مَ – لع جیب م + ١٠ یاخود = لع مَ + لع تمام قاطع م –
١٠ اولوب ب = ٩٠ – م اولدیغندن ب زاویه سی دخی معلوم
اولمش اولور

رابعاً مَ و تَ ضلعلری معلوم اوله رق مجهولات باقیه
مطلوب اولسه مماس م = مَ/تَ اولمغین لع مماس م = لع مَ – لع تَ + ١٠
وینه حَ/تَ = قاطع م اولمغین لع حَ = لع تَ + لع قاطع م – ١٠
اولوب م زاویه سیله حَ ضلعی معلوم اوله رق باقی قلان ب زاویه سی
دخی ب = ٩٠ – م دستورندن تحصیل اولنور قالدیکه حَ
ضلعو طریق اخرایله دخی استخراج اولنه بیلور چونکه اصول هندسه ده
بیان اولندیغی وزره وترقائمه مربعی ضلعین باقیین مربعلری مجموعنه
مساوی اولمغین حَ = √(مَ^٢ + تَ^٢) اولوب حَ ضلعی استخراج اولنور
ایسه ده مَ و تَ ضلعلری اعظم اولدقجه تربیعلری و مجموعنك
جذری امر عسیر اولمغین بالاده ذکر اولنان قاعده هر حالده
اشبو قاعدهٔ اخیره اوزرینه ترجیح اولنه بیلور

خامساً حَ و مَ ضلعلری معلوم اوله مجهولات باقیه مطلوب
اولسه جیب م = مَ/حَ و لع جیب م = لع مَ – لع حَ + ١٠
وینه تَ/حَ = تمام جیب م و لع تَ = لع حَ + لع تمام جیب م – ١٠

اوله رق مطلوب حاصل اولور واكرم زاویه سنی استخراج ایتمیه رك ت ضلعی مطلوب اولسه بو وجهله در

$ت^{2} = حَ^{2} - مَ^{2} = (حَ + مَ)(حَ - مَ)$

ایکی طرفك لغارتمه لری اخذ اولنه رق

$لع\ تَ = \frac{1}{2}\{لع\ (حَ + مَ) + لع\ (حَ - مَ)\}$

اولوب مطلوب اولان ضلعك مقداری بو وجهله دخی تحصیل اولنمش اولور

مائل الزوایا مثلثلری دستورلرینك لغارتمه دستورینه تحویلی بیاننده در

(٤٩) برمثلث مائل الزاویه ده ایکی زاویه و بینلرنده واقع ضلع معلوم ایکن مجهولات باقیه سنی استخراج بو وجهله در

مثلا مَ حَ زاویه لریله ب ضلعی معلوم اولسه

چونکه $م + ب + ح = ١٨٠$ اولمغین $ب = ١٨٠ - (م + ح)$ اولوب ب زاویه سی معلوم اولور

وبنه $مَ = تَ \frac{جیب\ م}{جیب\ ب}$ اولدیغندن ایکی طرفك لغارتمه سی اخذ اولندقده $لع\ مَ = لع\ تَ + لع\ جیب\ م - لع\ جیب\ ب$ اوله رق مَ ضلعی معلوم اولور وکذا $حَ = تَ \frac{جیب\ ح}{جیب\ ب}$ اولوب لغارتمه یه تطبیق ایله

$لع\ حَ = لع\ تَ + لع\ جیب\ ح - لع\ جیب\ ب$ اولوب اشبو دستور ایله حَ ضلعی دخی استخراج اولنمش اولور

تنبیه بالاده استخراج اولنان لغارتمه دستورلرنده جیب ب
محلنه جیب (م + ح) وضع اولنه بیلور زیرا (ماده ۲۰) تعریف
اولندیغی وزره برزاویه نك جیبنی متممنك جیبنه
مساویدر

(۵۰) برمثلث مائل الزاویه ده ایکی زاویه وبرېله موترا ولان
ضلع معلوم ایکن مجهولات باقیه استخراجی مطلوبدر
مثلا م وح زاویه لریله مَ ضلعی معلوم اولسه

ب = ۱۸۰ − (م + ح)

وبَ = مَ جیب ب / جیب م اولمغین لع بَ = لع مَ + لع جیب ب − لع جیب م
یاخود = لع مَ + لع جیب (م + ح) − لع جیب م
وبنه حَ = مَ جیب ح / جیب م اولوب لع حَ = لع مَ + لع جیب ح − لع جیب م
اولور

(۵۱) برمثلث مائل الزاویه ده ایکی ضلع وبینلرنده واقع زاویه
معلوم ایکن مجهولات باقیه سنی استخراج مطلوب اولسه
طریقی بووجهله در
ب وح زاویه لرینك استخراجی ایچون
ب + ح = ۱۸۰ − م اولمغین ۱/۲ (ب + ح) = ۱/۲ (۱۸۰ − م) اولور
قالدیکه آنفا اثبات اولندیغی اوزره
بَ / حَ = جیب ب / جیب ح اولمغین طرفینه واحد ضم وطرفیندن واحد طرح
اولنوب اشبو مجموع ایله باقی بربرینه تقسیم اولندقده

شکل ۱۸

بَ + حَ / بَ − حَ = جيب ب + جيب ح / جيب ب − جيب ح = مماس ½ (ب + ح) / مماس ½ (ب − ح)

حاصل اولوب عند المهندسين مشهور و متعارف اولان دعوى يعنى بر مثلثدن ايكى ضلع وبيننده واقع زاويه معلوم اولسه مجموع ضلعينك تفاضل ضلعينه نسبتى فوق القاعده بولنان نصف مجموع زاويتين مماسنك ضعف تفاضل زاويتين مرقومتين مماسنه نسبتى كبى اولديغى ظاهر اولور ايمدى دستور مذكورك طرفينى عكس اولنه رق لغارتمه يه تطبيقا اولندقده

لع مماس ½ (ب − ح) = لع (بَ − حَ) − لع (بَ + حَ) + لع تمام مماس ½ مَ اولور ½ (ب − ح) بو وجهله معلوم اولمغله ½ (ب + ح) دخى معلوم اولديغندن

ب = ½ (ب + ح) + ½ (ب − ح)

ح = ½ (ب + ح) − ½ (ب − ح)

ب و ح زاويه لرندن هر برى معلوم اوله رق اشبو مَ = حَ جيب م / جيب ح دستوريله ضلع باقيسى دخى استخراج اولنوب مطلوب حاصل اولور

(٥٢) بر مثلث مائل الزاويه ده ايكى ضلع وبريله موتر زاويه معلوم اوله رق باقى ضلعيله زواياسنى استخراج مطلوب اولسه (ماده ٤٣) ارائه اولنديغى وزره مَ ضلعى بَ ضلعندن بيوك اولمدقجه دعوانك حالى مشكوك اولور لكن مَ ضلعى بَ ضلعندن اعظم اولديغى حالده مجهولات باقيه نك استخراجى بو وجهله در جيب ب = بَ/مَ جيب م اشبو معادله ده بولنان ب زاويه سى ٩٠

درجه دن اقلدر

وینه $\text{ح} = ۱۸۰ - (\text{م} + \text{ب})$ و $\text{حَ} = \text{مَ}\,\dfrac{\text{جیب ح}}{\text{جیب م}}$ اولوب لغارتمه یه

تطبیق اولنه رق مجهولات باقیه استخراج اولنور .

(٥٣) برمثلث مائل الزاویه نك جمیع اضلاعی معلوم اوله رق زوایای مجهوله سنی استخراج مطلوب اولسه زیرده محرر دستورات واسطه سیله مطلوب حاصل اولور

$$\text{جیب م} = \frac{۲}{\text{بَ حَ}}\sqrt{\text{ه}(\text{ه} - \text{مَ})(\text{ه} - \text{بَ})(\text{ه} - \text{حَ})}$$

$$\text{جیب } \tfrac{۱}{۲}\text{ م} = \sqrt{\frac{(\text{ه} - \text{بَ})(\text{ه} - \text{حَ})}{\text{بَ حَ}}}$$

$$\text{تمام جیب } \tfrac{۱}{۲}\text{ م} = \sqrt{\frac{\text{ه}(\text{ه} - \text{مَ})}{\text{بَ حَ}}}$$

$$\text{ماس } \tfrac{۱}{۲}\text{ م} = \sqrt{\frac{(\text{ه} - \text{بَ})(\text{ه} - \text{حَ})}{\text{ه}(\text{ه} - \text{مَ})}}$$

(٥٤) برمثلث مائل الزاویه نك اضلاع ثلثهٔ معلومه سندن مساحه سنی استخراج ایتمنك طریقیدر مثلا ب ح م مثلثنك مساحه سنی استخراج مراد اولنسه حَ نقطهٔ راسندن بَ م قاعده سی اوزرینه یاخود اخراج اولنان م بَ قاعده سی اوزرینه حَ ء عمودی انزال اولنه قده ب م ح مثلثنك مساحه سی قاعده سنك عمودینه حاصل ضربنك نصفنه مساوی اولمغین

شکل ١٩

$$\text{مساحهٔ مثلث} = \tfrac{۱}{۲}\text{ م ب} \times \text{ح ء} = \tfrac{۱}{۲}\text{ م ب} \times \text{م ح جیب ح م ب}$$

اولوب (ماده ٤٧) ارائه اولندیغی اوزره

$$\text{جیب م} = \frac{۲}{\text{بَ حَ}}\sqrt{\text{ه}(\text{ه} - \text{مَ})(\text{ه} - \text{بَ})(\text{ه} - \text{حَ})}$$

ولمغین مساویسی محلنه وضع اولندقده

مساحهٔ مثلث = √ ه(ه−م)(ه−ت)(ه−ح))

اولوب مطلوب حاصل اولور

شکل ۲۰

(٥٥) برمثلثك اضلاع ثلثهٔ معلومه سندن داخلنه وخارجنه مرسوم دائره لرك نصف قطرلری استخراج اولنه بیلور شویله که اولا زوایای ثلثه سنی تنصیف ایدن خطلرك تقاطع نقطه سی اولان و نقطه سندن اضلاع ثلثه سی اوزرلرینه وۃ وف وهـ عمودلری اخراج اولندقده اشبو خطلردن هربری مثلث مذکورك داخلنه مرشوم دائره نك نصف قطری اولوب (اصول هندسه مقاله ٤ دعوی ٤) و نقطه سی دخی مرکز دائره اولمش اولور فالدیکه اشبو نصف قطرلردن هربری ر فرض اولندقده

مساحهٔ مثلث م ب ح = مساحهٔ مثلث م وح + مساحه مثلث ح وب + مساحهٔ مثلث م وب اولور لکن م وح مثلثك مساحه‌سی

(ماده ٤ ه) = √ ه(ه−مَ)(ه−تَ)(ه−حَ) اولمغین

√ ه(ه−مَ)(ه−تَ)(ه−حَ)

= ر ½ حَ + ر ½ مَ + ر ½ تَ

= ر ه اولدیغندن ر = √ ((ه−مَ)(ه−تَ)(ه−حَ) / ه) اولوب

(ر) م ب ح مثلثك داخلنه مرسوم دائره نك نصف قطری حاصل اولور وینه مثلث مذکورك اضلاع ثلثه سی ف ، ه نقطه لرنده تنصیفا ولنوب اشبو تنصیف نقطه لرندن بربرینی و نقطه سنده

شکل ۲۱

قطع ایدیجی هـ و ه و ف و عمودلری اخراج اولندقده اشبو نقطه سی
مثلث مذکورك خارجنه مرسوم دائره نك مرکزی اولوب و ح
وم وب خطلرندن هر بری دخی نصف قطرلری اولمش اولور
(اصول هندسه مقاله ٤ دعوی ٥ وینه اشبو نصف قطرلردن
هر بری ر فرض ایله

زاویهٔ ب م ح = ½ زاویهٔ ب و ح (مقاله ٣ دعوی ٢٠ من اصول هندسه)

جیب م = جیب ½ ب و ح = جیب ب و ه = ب ه / ب و = ½ مَ / ر

بو اجلدن (ماده ٤٧٥)

٢ / بَ حَ √ ه (ه − مَ) (ه − بَ) (ه − حَ) = مَ / ٢ ر اولدیغندن

ر = مَ بَ حَ / ٤ √ ه (ه − مَ) (ه − بَ) (ه − حَ)

اولوب مثلث مذکورك خارجنه مرسوم دائره نك نصف قطری
دخی معلوم اولوب مطلوب حاصل اولور

تنبیه آنفا کیفیت استخراجلری تعریف اولنان جداول جیوب بین
المهندسین استعمال اولنان جداول عادیه اوله رق جداول
مذکوره ده تفاضللری بر دقیقه اولان زوایانك جیبلری
مندرج اولوب ثوانی جیبلرندن صرف نظر اولنمشدر لکن زیرده
موضوع امثله ده بعض مثلثك زوایاسنده درجات و دقایقدن
ماعدا ثوانی دخی بولنمغین اشبو درجات و دقایقك جیبی جداول
مذکوره ده بعد التقویس ثوانیسنك جیب و تمام جیبنی
تحصیل ضمننده اقتضا ایدن دستور عمومینك استخراجی ایچون

زیرده اشبو دستور عمومی وضع اولندی

ثوانی‌یی حاوی اولەرق جداول جیوبده جیوبی موجود اولمیان زوایانك جیوبنی و معلوم الجیوب اولان زوایانك درجات ودقایق وثوانیسنی استخراج ایچون بر دستور عمومی تحصیل ایتمك طریقیدر مثلا درجات ودقایقدن عبارت فرض اولنان هرقنغی بر م زاویهٔ معلومه سنده ت مقداری ثوانی بولنەرق زاویهٔ مذکوره نك جیب وتمام جیبنی لح وهرقنغی اعطا اولنان برجیب وتمام جیب لح كیتنك زاویه سنی استخراج ایچون دستور عمومی استحصالی مراد اولنسه

اولا جیب (م + ت) = جیب م { ۱ + (جیب (م + ت) − جیب م) / جیب م }

اولوب معترضه درونده واقع حد ثانینك صورتی اولان اشبو جیب (م + ت) − جیب م ذوحدینی حل اولندقده

جیب (م + ت) − جیب م = جیب م تمام جیب ت + تمام جیب م جیب ت − جیب م

= تمام جیب م جیب ت − جیب م (۱ − تمام جیب ت)

= تمام جیب م جیب ت (۱ − مماس م (۲ جیب^۲ ۱/۲ ت) / جیب ت)

= تمام جیب م جیب ت (۱ − مماس م (۲ جیب^۲ ت/۲) / (۲ جیب ت/۲ تمام جیب ت/۲))

= تمام جیب م جیب ت (۱ − مماس م مماس ۱/۲ ت)

اولەرق معترضه درونده واقع حد ثانی صفره غایت قریب اولدیغندن ترك اولنوب جیب (م + ت) − جیب م ذوحدینك اشبو استخراج اولنان مساویسی محلنه وضع اولندقده

جیب (م + ت) = جیب م (۱ + تمام مماس م جیب ت)

طرفینك لغاریتمه لری اخذ اولنور ایسه

لع جیب (م + ت) = لع جیب م + لع (۱ + تمام مماس م جیب ت)

لع جیب (م + ت) − لع جیب م = لع (۱ + تمام مماس م جیب ت)

اشبو معادله نك طرف یمیننه بر دفعه اون ضم و بر دفعه اون طرح اولنور ایسه

{۱۰ + لع جیب (م + ت)} − (۱۰ + لع جیب م) = لع (۱ + تمام مماس م جیب ت)

اولوب ل حرفیله نسبت جیبیه لغاریتمه سی اشعار اولنه رق

ل جیب (م + ت) − ل جیب م = لع (۱ + تمام مماس م جیب ت)

اشبو معادله نك طرف یساری لغاریتمه دستورلری واسطه سیله حل اولنور ایسه

ل جیب (م + ت) − ل جیب م = ١/لیء (تمام مماس م جیب ت − ½ تمام مماس² م جیب² ت + الخ) اوله رق تمام مماس م جیب ت کیتدکجه بر کچوك قوتی اخذ اولنور

قوای باقیه سی غایت اصغر اوله جقلرندن ترك اولنور ایسه

ل جیب (م + ت) − ل جیب م = ١/لیء ١٠ تمام مماس م جیب ت

دستوری حاصل اولوب اشبو دستورده ت محلنه ٦٠ وضع ایله

ل جیب (م + ٦٠) − ل جیب م = ١/لیء ١٠ تمام مماس م جیب ٦٠

دستور اول دستور ثانی اوزرینه تقسیم اولنور ایسه

$$\frac{\text{ل جیب (م + ت)} - \text{ل جیب م}}{\text{ل جیب (م + ٦٠)} - \text{ل جیب م}} = \frac{\text{جیب ت}}{\text{جیب ٦٠}}$$

اولور لکن غایت اصغر اولان زاویه لرك بر برینه نسبتی جیبلرینك بر برینه

نسبتی کبی اوله جغندن

$$\frac{\text{ل جیب (م + ت)} - \text{ل جیب م}}{\text{ل جیب (م + ٦٠)} - \text{ل جیب م}} = \frac{\text{ت}}{\text{٦٠}}$$

اولوب استخراجی مطلوب اولان دستور عمومی اولمش اولور

مثال

بالاده استخراج اولنان دستوره تطبیقاً لع جیب ٢ْ١ - ١٤ - ١٧ً

کمیتنک استخراجی مراد اولنسه اولا م = ١٤ - ١٧ و م + ١ = ٢٥ - ١٧ و م +

ث = ١٢ - ١٤ - ١٧ اولمغین دستور مذکورده اشبو مساویلر

مطلوبنه وضع اولندقده

$$\frac{\text{لع جب ١٢ - ١٤ - ١٧ - لع جب ١٤ - ١٧}}{\text{لع جیب ٢٥ - ١٧ - لع جیب ١٤ - ١٧}} = \frac{١٢}{٦٠}$$

اولوب لع جیب ٢ْ١ - ١٤ - ١٧ کمیتی معادله نک بر طرفنده یالکز اولدیغی

حالده براقلدقده

لع جیب ١٢ - ١٤ - ١٧ = لع جیب ١٤ - ١٧ + (لع جیب ٢٥ - ١٧ - لع جیب ١٤ - ١٧)

بیچ$\frac{١٢}{٦٠}$ اولوب طرف یسارک لغارتمه لری اخذ اولنوب دستورک ارائه

ایلدیکی عمل اجرا اولندقده

لع جیب ١٢ - ١٤ - ١٧ = ٩,٤٧١٦٧٨٥ + ٤٠٧١ × $\frac{١٢}{٦٠}$

= ٩,٤٧١٦٧٨٥ + ٨١٤

= ٩,٤٧١٧٥٩٩

اوله رق ١٢ - ١٤ - ١٧ یعنی ١ درجه ١٤ دقیقه ١٢ ثانیه نک نسبت

جیبیه سی اولمش اولور

مثال ٢

وکذا بالاده استخراج اولنان دستور واسطه سیله اعطا اولنان

٩,٤٧١٧٥٩٩ نسبت جیبیه نک جدولدن درجه ودقیقه سی

معلوم اوله رق ثانیه سنک استخراجی مراد اولنسه اولا اشبو

$$\frac{\text{لجب}(\text{م}+\text{ث}) - \text{لجب م}}{\text{لجب}(\text{م}+\text{٦٠}) - \text{لجب م}} = \frac{\text{ث}}{\text{٦٠}}$$

دستورده لجب(م+ث) = ٩٫٤٧١٧٠٩٩ اولوب اشبو جیب نسبت جیبیه جدولندن تقویس اولندقده مطابقی بولنان ١٤َ ١٧ْ یعنی ١٧ درجه ١٤ دقیقه نک نسبت جیبیه سی اولان ٩٫٤٧١٦٧٨٠ دستورده لجب م کمیتیله اشعار اولنمغین ١٤َ ١٧ْ زاویه نک بر زیاده سی اولان ١٥َ ١٧ْ یعنی ١٧ درجه ١٥ دقیقه نک نسبت جیبیه سی دخی ٩٫٤٧٢٠٨٥٦ اولدیغندن دستورده واقع کمیتلرک مساویلری محللرینه اقامه اولندقده

$$\frac{\text{ث}}{\text{٦٠}} = \frac{\text{٩٫٤٧١٦٧٨٠} - \text{٩٫٤٧١٧٠٩٩}}{\text{٩٫٤٧١٦٧٨٠} - \text{٩٫٤٧٢٠٨٥٦}}$$

اوله رق اشبو معادله ده ث کمیتی معادله نک بر طرفنده یالکز براقلدقده

$$\text{ث} = \frac{\text{٨١٤} \times \text{٦٠}}{\text{٤٠٧١}}$$
$$= \text{١٢}$$

اولوب اعطا اولنان اشبو ٩٫٤٧١٧٠٩٩ نسبت جیبیه نک ١٤َ ١٧ْ یعنی اون یدی درجه اون درت دقیقه سی جدولدن اخذ اولنوب ثانیه سی دخی اشبو دستور واسطه سیله استخراج اولنه رق اون ایکی ثانیه اولدیغی ظاهر اولور

بالاده استخراج اولنان لغارتمه دستورلرندن قائم الزاویه مثلثلری دستورلرینک اعدادیله اجراسی

الامثله

م ب ح مثلث قائمه الزاویه ده م زاویه سی = ۸° ٣′ ٥″ وم ب ضلعی = ٢٨٨ اولدیغی معلوم اوله رق مجهولات باقیه نك استخراجی مطلوبدر اولا اشبو اعطا اولنان معلوماتدن ب ح ضلعنك استخراجی مطلوب اولسه (ماده ٤٨) شق ثانیسنده تحصیل اولنان

لع م = لع ب + لع مماس م — ١٠

دستورنده ب وم كمیتلرینك اعطا اولنان قیمتلری محللرینه وضع اولنه رق لع م = لع ٢٨٨ + لع مماس ۸° ٣′ ٥″ — ١٠

لغارتمه لری انساب جدوللرندن اخذ ایله محللرینه اقامه اولندقده

لع م = لع ٢٨٨ + لع مماس ٠٨° ٣′ ٥″ — ١٠

٢٫٤٥٩٣٩٢٥
١٠٫١٢٤١٨٩٨
١٢٫٥٨٤٣٨٢٣

م = ٣٨٤٫٠٥

اوله رق ب ح ضلعی استخراج اولنمش اولور

ثانیا بالاده اعطا اولنان معلوماتدن م ب وترینك استخراجی مطلوب اولسه بنه (ماده ٤٨) شق ثانیسنده

لع ح = لع ب + لع قاطع م — ١٠

اولمغین مساویلری محللرینه وضع برله

لع ح = لع ٢٨٨ + لع قاطع ٠٨° ٣′ ٥″ — ١٠

لغارتمه لری اخذ ایله

شكل ١٧

لع ح = لع ٢٨٨ + لع قاطع ٨ ٠٨ ً ٣ ٥° — ١٠

ب
٢٫٤٥٩٣٩٠٢٥
١٫٢٢١٨٨١٤
٣٤٦٨١٢٧٣٦

ب
٤٨٫٠٣٦٦

م ت ضلعی معلوم اولمش اولور

م ت ح مثلث قائمه الزاویه ده قائمه‌یی محیط اولان ضلعلردن

ت ح ضلعی = ٧٦٥ و ح م ضلعی = ٤٧٢ اولدیغی معلوم اولەرق

اولا اشبو اعطا اولنان معلوماتدن م زاویه سنک استخراجی

مطلوب اولسه (ماده ٤٨٠) شق رابعنده واقع لع مماس م = لع م

— لع ت + ١٠ دستورنده م ت کمیتلرینک اعطا اولنان

قیمتلری محللرینه وضع برله

لع مماس م = لع ٧٦٥ — لع ٤٧٢ + ١٠

لغارتمه لری اخذ ایله

لع مماس م = لع ٧٦٥ — لع ٤٧٢ + ١٠

ب
٢٫٨٨٣٦٦١٤
٢٫٦٧٣٩٤٢٠
١٠٫٢٠٩٧١٩٤

مه
٥٨ ً١٩ ً٣٢

م زاویه سنک مقداری اولور

اشبو اعطا اولنان معلوماتدن م زاویه سنک مقداری وجه آتی

اوزره دخی استخراج اولنه بیلور شویله که اقدمجه اخذ اولنان

دستورده مساویلری محلرینه تحریریله

لع تماس م = لع ٧٦٥ − لع ٧٤٢ + ١٠

= لع ٧٦٥ + تمام عددیهٔ لع ٧٤٢ + ١٠

٢٫٨٨٣٦٦١٤
٧٫٣٢٦٠٥٨٠
٢٠٫٢٠٩٧١٩٤ ١٠٫

اولوب اشبو انسابدن ١٠ مرفوع تمام عددیه ایچون ترك اولندقده

٢٠٩٧١٩٤ ٫١٠ باقی قالورکه ٣٢ ٣٢ ١٩٠ = ٠٨٠٥ یعنی اللی سکز درجه

اون طقوز دقیقه اوتوز ایکی ثانیه م زاویه سنك مقداری

اوله رق بو طریق ایله دخی تحصیل اولنمش اولور

خفی اولمیه کم برصره ده بولنان ارقام متعدده نك خانه سی عددینه

واحدك اولنه صفرلر تحریر اولنوب اشبو عدد اخیردن عدد اولی

طرح اولندقده اشبو طرحدن باقی عدده عدد اولینك تمام عددیه سی

تسمیه اولنوب هر ایکی عددك تفاضلی مراد اولندقده مطروحك

تمام عددیه سی مطروح منهه ضم اولنوب اشبو مجموعك طرف

یسارندن برخانه ترك اولندقده باقی عددین مذکورتین بیننده کی

تفاضله مساوی اولور زیرا مطروح ٢٥٦ ومطروح منه ٣٢٥

فرض اولندقده

١٠٠٠ − ٣٢٥ + ٧٤٤ = ١٠٠٠ − ٣٢٥ + ٢٥٦ − ١٠٠٠

= ١٠٦٩ − ١٠٠٠

= ٦٩

اولوب وینه عددین مذکورین طریق عادی ایله دخی طرح اولندقده ۳۲۵ - ۲۵٦ = ٦۹ اوله رق ذکر اولنان قاعده نك صحتی نمایان اولوب مطلوب ثابت اولور

م ت ح مثلث قائمة الزاویه‌ده زاویه قائمه‌یی محیط اولان ضلعلردن ت = ۲۷٤ و م زاویه‌سی = ۲۳° ۱۹′ ۸″ اولدیغی معلوم اوله رق وتر قائمه‌یی استخراج مطلوب اولسه (ماده ٤۸) شق رابعیله

لع ح = لع ت + لع قاطع م - ۱۰

اولمغین ت و م کمیتلرینك مساویلری محللرینه وضع اولندقده

لع ح = لع ۲۷٤ + لع قاطع ۲۳° ۱۹′ ۸″ - ۱۰

لغارتمه‌لری اخذ ایله

لع ح = لع ۲۷٤ + لع قاطع ۲۳° ۱۹′ ۸″ - ۱۰

۲٫٦۷۳۹٤۲٠
۱٠٫٢٧٩٧٦٤٥
۲٫۹٥۳۷٠٦٥
۸۹۸٫۸۹

م ت ضلعی استخراج اولنوب مطلوب حاصل اولور

الامثله

برمثلث قائمة الزاویه‌نك قاعده‌سی = ٤٢٣٫٥ و عمودی = ۷٥٫۱۸ اولدیغی معلوم اوله رق وتر قائمه ایله زاویتین حاده‌یی مطلوبدر

جواب زاویه م = ٦٦° ۳۳′ ٤٥″ زاویه ب = ۲۳° ۲٦′ ۱٥″ م ب = ۹۲٫٦۳

برمثلث قائمة الزاویه‌ده م ت وتری = ٦٤۳٫۷ و م ح قاعده‌سی ٤۷۲٫۸٦

اولدیغی معلوم اوله رق عمودیله زاویه تینی مطلوبدر

جواب زاویهٔ م = ۱۲َ ۳٦َ ۳ ۱۲ زاویه ب = ۱۸َ ۲۳َ ۷٦ ب ح = ۸۷ ر ٤۳۰

بر مثلث قائمه الزاویه ده م = ۲٤۳َ ۰٧ ۳ و وتر م ب = ۲ ر ۱٧۳۲ اولدیغی

معلوم اوله رق مجهولات باقیه یی استخراج مطلوبدر

جواب زاویه ب = ۱٧َ ۷َ ٥۰٥ و م ح = ۲۱ ر ۱۳۸ و ب ح = ۳٤ ر ۱۰٤

بر مثلث متساوی الساقینک م ب ب ح ساقلرندن هر بری ۲۸۸

اولوب ورأس مثلثده واقع زاویه دخی ۱۲ َ ۷۸ اولدیغی معلوم

اوله رق قاعدهٔ مثلث مطلوبدر

جواب قاعدهٔ م ح = ۲٧۰ ر ۳٦۳

انفا استخراج اولنان مثلثات دستورلرندن مائل الزاویه

مثلثلری دستورلرینک اعدادایله اجراسی

م ب ح مثلث مائل الزاویه ده م ب قاعده سی = ۱۳۷ م ح ضلعی =

۱۰۳ ب زاویه سی = ۱۳َ ۷۸ اولدیغی معلوم اوله رق مجهولات

باقیه سنی استخراج مطلوبدر

اولا ح زاویه سنک استخراجی ایچون (ماده ٥۰) تحصیل اولنان

لغ جیب ح = لغ ح + لغ جیب ب - لغ ب

دستورنده کمیات معلومه نک قیمتلری محللرینه وضع برله

لغ جیب ح = لغ ۱۳۷ + لغ جیب ۱۳َ ۷۸ - لغ ۱۰۳

لغارتمه لری اخذ اولندقده

لغ جیب ح = لغ ۱۳۷ + لغ جیب ۱۳َ ۸۷ + تمام عددیهٔ لغ ۱۰۳

٢/١٣٦٧٢٠٦
٩/٩٩٠٧٥٠٢
٧/٨١٥٣٠٨٦
+١٩٩٤٢٧٧٩٤ ح
٦١° ١٣′ ٤٧″

ح زاویه سنك مقداری اولور

ثانیاً اعطا اولنان معلوماتدن ب ح ضلعنك استخراجی مطلوب اولسه م زاویه سی ب زاویه سیله ح زاویه سی مجموعنك متممی اولملغین م زاویه سی = ١٨٠° - (ب + ح) = ١٨٠° - ١٣٩° ٢٦′ ٤٧″ = ٤٠° ٣٣′ ١٣″ اوله رق م ض

لغ م = لغ ح + لغ جیب م - لغ جیب ح

لغارتمه لری اخذ اولندقده

لغ م = لغ ١٥٣ + لغ جیب ٤٠° ٣٣′ ١٣″ + تمام عددیهٔ لغ جیب ٧٨° ١٣′

٢/١٨٤٦٩١٤
٩/٨١٣٠١٩٨
٠/٠٠٩٣٤٩٨
+٢/٠٠٦٩٦١٠ ح
١٠١/٦١٧

ب ح ضلع مطلوبی حاصل اولور

م ب ح مثلث مستویده م ح = ٢١٦ ب ح = ١١٧ زاویهٔ م = ٢٤° ٣٧′ معلوم اوله رق مجهولات باقیه یی استخراج مطلوبدر

اولاً اعطا اولنان معلوماتدن ب زاویهٔ سنك استخراجی ایچون

لغ جیب ب = لغ جیب م + لغ ب - لغ م

= لع جيب م + لع ت + تمام عددئ لع مَ

مساويلری محللرينه وضع اولندقده

لع جيب ب = لع جيب ٧ ٣٧ ٢٢ + لع ٢١٦ + تمام عددئ لع ١١٧

لغارتمه لری اخذ اولندقده

لع جيب ب = لع جيب ٧ ٣٧ ٢٢ + لع ٢١٦ + تمام عددئ لع ١١٧

٩/٥٨٤٩٦٨٥
٢/٣٣٤٤٥٣٨
٧/٩٣١٨١٤١
٩/٨٥١٢٣٦٤

٥ ٥ ٣ ١ ٤٥ يا خود ٥ ٤٧ ٤ ٤ ١٣

اشبو مثالده تحصيل اولنان ب زاويه سنك مقداری (ماده ٤٣) بيان اولنديغی اوزره مشكوكدر زيرا اعطا اولنان زاويه ايله موترا اولان ضلع مجهولا اولان زاويه ايله موترا اولان ضلعدن اصغردر

ثانيا اعطا اولنان معلوماتدن م ت ضلعنك استخراجی مطلوب اولسه زاويهٔ ح = ١٨٠ - (م + ب) اولمغله = ٥ ٩ ١١٢

اولوب لع ح = لع جيب ح + لع مَ - لع جيب م

= لع جيب ح + لع مَ + تمام عدديه لع جيب م

اشبو دستورده بولنان كميانك مساويلرينه محللرينه وضع برله

لع ح = لع جيب ٥ ٩ ١١٢ + لع ١١٧ + تمام عدديه لع جيب ٧ ٣٧ ٢٢

لغارتمه لری اخذ برله لع ح = لع ٥ ٩ ١١٢ + لع ١١٧ + تمام عددئ لع جيب ٧ ٣٧ ٢٢

٩٫٩٦٦٧٠٠٥
٢٫٠٦٨١٨٥٩
٠٫٤١٥٠٣١٥
―――――――
*٢٫٤٤٩٩١٧٩ ل
―――――――
٢٨١٫٧٨٠

م ب ضلعنك مقداری ٢٨١٫٧٨٠ اولمش اولور

نتيجه بالاده ايراد اولنان امثله ده اعطا اولنان معلومات ايكی ضلع وبريله موثر زاويه اولمغين مجهولات باقيه دن ضلع ثالثك استخراجی ضلعين معلومين دن ضلع ديكر ايله موثر زاويه نك استخراجنه توقف ايده رك ضلع ثالث مذكور لغارتمه واسطه سيله يك عمله ده تحصيل اولنه مزقالديكه (ماده ٤٤) بيان اولنان اشبو

$$\text{تمام جيب م} = \frac{\text{ب}^{2} + \text{ح}^{2} - \text{م}^{2}}{\text{٢ ب ح}}$$

دستور واسطه سيله ضلع مطلوب يك عمله ده استخراج اولنه بيلور ايسه ده دستور مذكورك لغارتمه يه تطبيقی ممكن دكلدر

م ب ح مثلث مستويده م زاويه سی = ٢٤° ١٣′ ٤٤″ و ب زاويه سی = ٣٨° ٤٦′ ٧٩″ وم ب ضلعی = ٣٦٨ اولديغی معلوم اوله رق مثلث مذكورده مجهولات باقيه نك استخراجی مطلوبدر اولا اشبو اعطا اولنان معلوماتدن م ح ضلعنك استخراجی مراد اولنسه ح زاويه سی = ١٨٠ − (م + ب) = ٥٨° ٥٩′ ٥٥″ اولمغين (ماده ٥٠

لع ت = لع جيب ب + لع ه - لع جيب ح

= لع جيب ب + لع ه + تمام عددیه لع جيب ح

کمیات معلومه نك اعطا اولنان قیمتلری محللرینه وضع

اولندقده

لع ت = لع جيب ٣٨ْ ٣٣َ ٤٦ً = ٩٠ ٧ْ + لع ٣٦٨ + تمام عددیه لع جيب

٨٥ْ ٩َ ٥ً = ٥٥ْ

لغارتمه لری اخذ اولندقده

لع ت = لع جيب ٣٨ْ ٣٣َ ٤٦ً = ٧٩ْ + لع ٣٦٨ + تمام عددی لع جيب ٨٥ْ ٩َ ٥ً = ٥٥ْ

٩/٦٩٣٠٥٠٢
٢/٥٦٥٨٤٧٨
٠/٠٨١٤٢٨٦
٨٢/٦٤٠٣٢٦٧
٤٣٦/٨٤٤

م ح ضلعنك مقداری اولمش اولور

ثانیا اعطا اولنان معلوماتدن ح ت ضلعنك مقدارینی

استخراج مطلوب اولسه

لع م = لع ح + لع جيب م - لع جيب ح

= لع ح + لع جيب م + تمام عددیه لع جيب ح

لع م = لع ٣٦٨ + لع جيب ٢٤ْ ١٣َ ٤٤ً = ٤٠ + تمام عددیه لع جيب ٨٥ْ ٩َ ٥ً = ٥٥ْ

لغارتمه لری اخذ اولندقده

لع م = لع ٦٨ ٣ ٣ + لع جيب ٤ً٢ ١٣ً ٤٤ً + تمام عددیه لع جيب ٥٨ ٩ً ٥ً ٥

٢،٥٦٥٨٤٧٨
٩،٨٤٣٥١٧٤
٠،٠٠٨١٤٢٨٦
٢٢،٤٩٠٧٩٣٨
٢٠٩،٥٦٥ ل

ب حـ ضلعنك مقداری حاصل اولور

الامثله

م ب حـ مثلث مستویده م ب = ٤٠٨ م = ١٤ً ٧٤ و ب = ٢٣ً ٤٩ ضلعين باقين مطلوبدر

جواب { م حـ ضلعی = ٣٧١،٩ ؛ ب حـ ضلعی = ٣٧١،٥ }

م ب حـ مثلث مستویده م ب = ٤٠٨ م = ٧ً ٥٨ ب = ٢ ٢ً ٣٧ً ضلعين باقين مطلوبدر

جواب { م حـ = ١٥٨،٩٨ ؛ ب حـ = ٣٥١،٠٣ }

م ب حـ مثلث مستویده م ب = ٣١٨ ب حـ = ١٩٥ م = ٢ ٢ً ٤٠ً حـ زاویه سی مطلوبدر

جواب { حـ = ٦١ ٤٠ً ٣ً ؛ یاخود = ١١٨ ١٩ً ٥٧ً }

بر مثلث مستویده ایکی ضلع و بینلرنده واقع زاویه معلوم ایکن مجهولات باقیه سنی استخراج ایتمنك طریقیدر مثلا م ب حـ

مثلث مستوینك م ب ضلعی = ۱۳۷ و م ح = ۱۵۳ و م ز و به =
۱۲ = ۳۳ = ۴۰ اولدیغی معلوم اوله رق مجهولات باقیه سی مطلوب
اولسه اولا اعطا اولنان معلوماتدن مثلث مذكورك زاویتین
باقیتینی استخراج ایچون (ماده ۱۵) تحصیل اولنان اشبو

(ب + ح) / (ب − ح) = مماس ½ (ب + ح) / مماس ½ (ب − ح)

اشبو دستور عكس اولنه رق لغارتمه یه تطبیق اولندقده

لع مماس ½ (ب − ح) = لع (ب − ح) + مماس ½ (ب + ح) + تمام عددیه لع (ب + ح)

اولوب اشبو دستورده بولنان كمیات معلومه نك اعطا اولنان قیمتلری
محللرینه وضع اولندقده

لع مماس ½ (ب − ح) = لع ۱٦ + لع مماس ۲٤ − ۴۳ = ٦۹ + تمام عددیه لع ۲۹۰

۱ = ۲۰٤۱۲۰۰
۱۰ = ٤۳٦٤٤٦۰
۷ = ٥۲۷٦۰۲۰
٦ = ۱۷٤۱٦۸۰
۸ = ۲٦ = ۳۷
٦۹ = ٤۳ = ۲٤

زاویه عظمی مقداری = ۱۰۱ = ۱۳ = ۷۸ بربریله جمع اولندقده
زاویه صغرانك مقداری = ٤۷ = ۱۳ = ۱٦ بربرندن طرح اولندقده
ثانیا بالاده اعطا اولنان معلومات واقدیجه استخراج اولنان
ب زاویه سی واسطه سیله ب ح ضلعنك استخراجی
بو وجهله در

جيب ب = ١٠ ٣٢ ٧٨ لغارتمه تمام عددیه‌سی ٠/٠٠٩٢٤٩٣

لو م ح ١٥٣ ٢/١٨٤٦٩١٤

∴ جیب ١٢° ٣٢' ٤٠" لغارتمه‌سی ٩/٨١٣٠١٧٣

∴ ب ح ١٠١/٦١٥ ٢٠٠٠٦٩٥٨٠

الامثله

م ب ح مثلث مستویده م ب = ١٦٣٧ و م ح = ٢٠٦٠ و بینلرنده واقع م زاویه‌سی = ١٢٣° ٢٠' ٠٧" اولوب مثلث مذکورك مجهولات باقیه‌سی مطلوبدر

ب = ٤٢° ٥٢' ٢٦" ١/٢

جواب ح = ٥° ... ٢١" ٣/٧

ب ح = ٢٣٨٧/٩٧٤

م ب ح مثلث مستویده م ب = ٦٦٨٦ و ب ح = ٩٦٠ و بینلرنده واقع ب زاویه‌سی = ٤٠° ٢٨' اولوب مثلث مذکورك مجهولات باقیه‌سی مطلوبدر

م = ٣° ٢١' ١٨"

جواب ح = ٤٠° ٢٤' ١٣"

م ح = ٦٤٠٠/٣٦٤

برمثلث مستوی مختلف الاضلاعك اضلاع ثلثه‌سی معلوم ایسه‌سندن مثلث مذکورك زوایای ثلثه مجهوله‌سنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلا م ب ح مثلث مستوینك اضلاع ثلثه‌سی معلوم ایسه‌سندن زوایای ثلثه مجهوله‌سنی استخراج مراد اولنسه (ماده ٥٣) موجبجه

استخراج اولنان اشبو

$$\text{جيب } \tfrac{1}{2}\text{ م} = \sqrt{\frac{(\text{ه} - \text{ح})(\text{ه} - \text{ب})}{\text{ب ح}}}$$

$$\text{تمام جيب } \tfrac{1}{2}\text{ م} = \sqrt{\frac{\text{ه}\,(\text{ه} - \text{م})}{\text{ب ح}}}$$

$$\text{ماس } \tfrac{1}{2}\text{ م} = \sqrt{\frac{(\text{ه} - \text{ب})(\text{ه} - \text{ح})}{\text{ه}\,(\text{ه} - \text{م})}}$$

دستورلرندن هرقنغی بری واسطه سیله استخراج اولنه بیلور فرضا اولکیسی اولان اشبو

$$\text{جيب } \tfrac{1}{2}\text{ م} = \sqrt{\frac{(\text{ه} - \text{ح})(\text{ه} - \text{ب})}{\text{ب ح}}}$$

دستور موجبنجه زوایای ثلثه مجهوله نك استخراجی مطلوب اولسه ولا لغارتمه یه تطبیق اولنه قده دخی

$$\text{لع جيب } \tfrac{1}{2}\text{ م} = \tfrac{1}{2}\left(\text{لع}(\text{ه} - \text{ح}) + \text{لع}(\text{ه} - \text{ب}) + \text{تمام عدديه لع ب} + \text{تمام عدديه لع ح}\right)$$

اولوب اشبو دستورده واقع کمیات معلومه نك اعطا اولنان قیمتلری محللرینه وضع اولنوب دستورك اشعار ایلدیکی عمل اجرا اولنه قده مطلوب حاصل اولور

مثال

م ب ح مثلث مختلف الاضلاع علی اضلاع ثلثهٔ معلومه سندن م ح = ٦ م ب = ٢٣ د ر ٥ و ب ح = ٢٧٢ ر ٣ ا اولدیغی معلوم اوله رق مثلث مذکورك زوایای ثلثه مجهوله سی مطلوب اولسه بالاده لغارتمه یه تطبیق اولنان برنجی دستور موجبنجه طریق استخراجی بو وجهله در

م = ٢٧٢ر١

ت = ١٠٠ر٦ لغارتمه تمام عدديه سی ٩٢٢١٨٤٨٧ر٩

ح = ٣٢٥ر٥ لغارتمه تمام عدديه سی ٩٢٥٧٨٢٥٠ر٩

١٢٨٩٥ر

ه = ٦٤٤٧٥ر

٤٤٧٥ر = ه ـ ت لغارتمه سی ٦٥٧٧٩٣٠ر٦

٥٢٤٥ر = ه ـ ح لغارتمه سی ٩٦٥٩٠٦٩ر٦

١٨٠٩٦٣٣٧٣٦ر

٩٠٤٨١٨٦٨ر٩

جيب ½ م = جيب ٥ ٢٤ ٦

اشبو ٥ = ٢٤ ٦ درجات دقايق وثوانى تضعيف اولندقده حاصل اولان ٥٠ ٤٩ ١٢ يعنى ١٢ درجه ٤٩ دقيقه ٥٠ ثانيه م زاويه سنك مقدارى اولوب مثلث مذكورك زوايای باقيه سی دخی اقدمجه ذكر اولنان اللنجی ياخود اللی برنجی ماده واسطه سيله استخراج اولنورلر

الامثله

برمثلث مستوى مختلف الاضلاعك م ت ضلعی = ١٣٧ و م ح ضلعی = ١٥٣ و ت ح ضلعی = ٦١٦ر١٠١ اولديغی معلوم اولهرق مثلث مذكورك زوايای ثلثه سی مطلوبدر

م = ١٢ ٣ ٣ ٤٠

جواب ـــــ ب = ٠٢ ١٣ ٧٨

ح = ٤٧ ١٣ ٦١

برمثلث مستوى مختلف الاضلاعك م ب ضلعی ـــــ

= ١٦٨٦ او ب ج ضلعی = ٦٠٩٩٠ و م ج ضلعی = ٦٤ ٣٣٠٠٤ ٢
اولدیغی معلوم اوله رق مثلث مذکورك ب زاویه سنك
مقداری مطلوبدر

جواب ب زاویه سی = ٤٠ = ١٢٩٨

بر مثلث مختلف الاضلاع علی اضلاع ثلثه سی ٤ و ٥ و ٦ اوله رق
زوایای ثلثه سی مطلوبدر

جواب ٥٣ = ٢٤ = ٤١ و ٦١ = ١٦ = ٥٥ و ٦٠ = ٤٦ = ٨٢

مثلثات مستویه نك ارتفاع ومابین مساحه لرینه تطبیقی
بیاننده در

مسئله ١

بر نهرك ساحلنده بولنان کمسنه نهرك دیکر ساحلنده
رؤیت ایلدیکی بر قله نك ارتفاعی نه مقدار قدم اولدیغنی
استخراج مطلوب ایدرك اولا الات ارتفاعیه دن ربع
تخته سی واسطه سیله ب زاویه سی یعنی طورديغی محل ایله
ذکر اولنان قله نك رأس وموقعنه وصلی توهم اولنان
شعاعلر بیننده کی زاویه نك مقدارینی ٤ = ٥٥ یعنی ٥٥ درجه
٥٤ دقیقه مساحه ایدوب بعده شخص مذکور ١٠٠ قدم اولان
ب م بعدی مقداری اولدیغی محلدن کیرویه چکله رك م
نقطه سنه واصل اولدقده کالاول اشبو م زاویه سی
دخی مساحه ایدوب بولدیغی ٢٠ = ٣٣ یعنی ٣٣ درجه ٢٠

دقیقه‌دن قلعه‌نك ارتفاعی نه مقدار قدم اولدیغی مطلوبدر

حل مسئله

حادث اولان م ب ح مثلثندن م زاویه‌سی = ٢٠ ، ٣٣ و م ح ب زاویه‌سی
دخی = ٤٥ ، ٥٥ - ٢٠ ، ٣٠ = ٣٤ ، ٢٢ اولوب م ب ضلعی ١٠٠
قدم اولدیغندن (ماده ٥٠) واسطه‌سیله ب ح ضلعی استخراج
اولنوب بعده ب ح ء مثلث قائمة الزاویه‌ده ب ح ضلعیله ب
زاویه‌سی معلوم اوله‌رق (ماده ٤٨) واسطه‌سیله دخی ح ء ضلعی
تحصیل اولنه بیلور ایمدی ح ء ارتفاعنك حسابی مختصر اولمق
ضمننده ب ح ضلعیله ح ء ضلعنك استخراجلرینه اقتضا ایدن
دستورین بر دستورده جمع اولنه بیلور شویله که اشبو

ب ح = م ب جیب م / جیب م ح ب

دستوردن ب ح ضلعنك مساویسی اشبو ح ء = ب ح جیب ب
دستورده ب ح محلنه اقامه اولندقده ح ء = م ب جیب م جیب ب / جیب م ح ب
دستوری حاصل اولوب واسطه‌سیله ح ء ارتفاعی بر عملده استخراج اولنه‌بیلور
شویله که اشبو تنظیم اولنان دستور اخیر لغارتمه حسابیله حل اولندقده

تمام عددیه جیب م ح ب	٣٤ ٢٢	٠,٢٤٩٤٢٢[illegible]
جیب م	٢٠ ، ٣٣	[illegible]
جیب ح ب ء	٥٤ ، ٥٥	٩,٩١٨٦٦٢٠
لع ١٠٠		٢,٠٠٠٠٠٠٠
		٢,٠٧٤٥٧٩٢
		١١٨,٧٢

بو تقدیرجه قله نك ارتفاعی ۱۱۸٫۷۳ قدم اولدیغی نمایان اولور

مسئله ۲

شکل ۲۳

م نقطه سنده بولنان کسنه غیر ممکن الوصول اولان ح نقطه سیله بولندیغی محلك مابیننی الات مساحه دن برآلت اولمیه رق نمقدار قدم اولدیغنی بلمك مطلوب ایتسه م نقطه سنه برشخص نصب ایدوب اشبو نقطه دن م ح استقامتنده ۶۰ قدم اولان م مَ بعدی مقداری کیرویه چکیلوب بعده مذکور کسنه زمین اوزرنده دیکر بَ نقطه سنه نقل ایله کذلك اشبو بَ نقطه سندن دخی بَ ح استقامتنده ۸۶ قدم اولان بَ بَ بعدی مقداری کیرویه چکیله رك حادث اولان م مَ بَ بَ نقطه لری بیننده واقع م بَ مَ بَ مَ بَ بعدلرینی مساحه برله م بَ = ۳۸ قدم م بَ = ۹۷ قدم مَ بَ = ۸۱ قدم اولدیغی استعلام ایدوب اشبو معلوماتدن بولندیغی م نقطه سیله غیر ممکن الوصول اولان ح نقطه سنك مابینی نمقدار قدم اولدیغنی استخراج ایتمك مطلوبدر

حل مسئله

حادث اولان م مَ بَ مثلثنك اضلاع ثلثه سی معلوم اولمغله (ماده ۳۰) دستوری واسطه سیله مَ م بَ زاویه مجهوله سنك استخراجی بو وجهله در شویله که

مَ ب = ٨١

مَ م = ٦٠ لغارتمه تمام عددیه سی ٨٫٢٢١٨٤٨٧

مَ ب = ٣٨ لغارتمه تمام عددیه سی ٨٫٤٢٠٢١٦٤

ه = $\frac{١٧٩}{٨٩}$ لغارتمه سی ١٫٩٥١٨٢٣٠

ه - مَ ب = ٠٫٨ لغارتمه سی ٠٫٩٢٩٤١٨٩

١٩٫٥٢٣٣٠٧٠

تمام جیب $\frac{١}{٢}$ مَ م ب ٦٥° ٤١' ٤٠" ٩٫٧٦١٦٥٣٥

اولوب مَ م ب = ١٣١° ٢٣' ٢٠" = ١٠٩° ٢٥' ٢٠" وح م ب ٣٤° ٧٠' اولور

وبنه دستور مذکورک تَ م مثلثنه بر وجه آتی تطبیق اولدقده

تَ م = ٩٧

تَ ب = ٨٦ لغارتمه تمام عددیه سی ٨٫٠٦٥٥٠١٥

م ب = ٣٨ لغارتمه تمام عددیه سی ٨٫٤٢٠٢١٦٤

$\frac{٢٢١}{}$ لغارتمه سی ٢٫٤٣٣٤٢٣

١١٠٫٥ / ١٣٫٥ لغارتمه سی ١٫١٣٠٣٣٣١

١٩٫٦٥٩٤١٤٠

تمام جیب $\frac{١}{٢}$ تَ ب م ٤٠° ٢٩' ٥٠" ٩٫٨١٢٩٧٠٧٠

اولوب اشبو ٥° ٢٩' ٤٧" زاویه تضعیفا ولندقده ٨٠° ٥٩' ٣٤" اولور

تَ تَ م زاویه سنک مقداری اوله اشبو تَ م زاویه سنک دخی

متممی اخذ اولندقده ٩٠° ٠' ٨٥ = تَ م زاویه سنک مقداری حاصل اولور

لکن ح زاویه سی = ١٨٠ - (ح م ب + ح ب م) = ٢٢° ٣٥' ٢٤"

اولدیغندن م تَ ح مثلثنک جمیع زوایاسیله م ب ضلعی معلوم

اوله رق مثلث مذکورک مطلوب اولان م ح ضلعی (ماده ٥٠)

دستوری واسطه سیله طریق استحصالی بو وجهله در

جیب ه٠ ٤٠َ ٢٤ ٢٣َ ٢٤ً تمام عددیه سی ٠٧٣٨٤٠٣٣٠

١ م ب ٣٨ لغارتمه سی ١٫٥٧٩٧٨٣٦

١١ جیب ب ٣٠ ٢ً ٠٠ ٥٠ ٨

٩٫٩٩٨٣٤٧٩

١٫٩٦٢١٦٤٥

١ م ه ٤٧ ٥ ٩١٫ لغارتمه سی

اولوب مطلوب اولان م ه ضلعنك مقداری ٩١٫٥٤٧ یعنی

٩١ قدم و برقدمك بیك جزئنده ٥٤٧ جزئی اولدیغی ظاهر اولور

مسئله ٣

شکل ٢٤

ساحل بحرده برطاغ تپه سنده واقع ٦٠ قدم ارتفاعی اولان

قله نك رأسندن روی دریاده لنكر انداز بولنان برسفینه نك

انحطاط افقیسی اولان ح ط س زوایاسی ٢ ٥َ ٤ً اولدیغی

مساحه اولنوب وینه موقع قله دن سفینهٔ مذكوره نك

انحطاط افقیسی اولان و ب س زاویه سی دخی ٢َ ٤ً اولدیغی

مساحه اولنه رق اشبو اعطا اولنان معلوماتدن سفینه نك

م س بعد افقیسیله ذكر اولنان طاغك سطح بحردن ارتفاع

حقیقیسی مطلوبدر

حل مسئله ٣

چونكه ط ح ب وخطلری م س خطنه موازی

اولدقلرندن ط س م زاویه سی = ٢ ٥َ ٤ً و ب س م زاویه سی

دخی = ٢َ ٤ً اولدیغی درخاطر اولنه رق

ط س ب مثلثندن $\frac{ب ح}{ب ط} = \frac{جب م ط س}{جب ط س ب}$

وینه ب س م مثلثندن م س = س ب تمام جیب ب س م اولوب
و م ب = س ب جیب ب س م اولدیغندن دستور اولدن س ب
کمیتنك مساویسی دستور ثانی و ثالثده محلنه اقامه اولنقده

م س = ب ط جیب م ط س تمام جیب ب س م / جیب ط س ب

م ب = ب ط جیب م ط س جیب ب س م / جیب ط س ب

اشبو دستورین اخیریندن دستور اول لغارتمه یه وجه آتی
اوزره تطبیق اولنقده

جیب ط س ب ٥٠ = تمام عددیه سی ١٨٣٧٧٣١٩٢

جیب م ط س ٨٠ = ٨٠ ٩٩٩٨٤٣١٥

تمام جیب ب س م ٢ = ٤ ٩٩٩٨٩٢٣٠

ب ط ٦٠ لغارتمه سی ١٧٧٨١٥١٣

م س ٤١٠٠٤ لغارتمه سی ٣٦١٢٨٢٥٠

سفینهٔ مذکوره نك مطلوب اولان بعد افقیسی ٤١٠٠٤ قدم
اولدیغی ظاهر اولور وینه دستور ثانی لغارتمه حسابیله عمل اولنقده

جیب ط س ب ٥٠ تمام صددیه سی ١٨٣٧٧٣١٩٢

جیب م ط س ٨٠ = ٨٠ ٩٩٩٨٤٣١٥

جیب ب س م ٢ = ٤ ١٨٤٧١٨٢٧

ب ط ٦٠ لغارتمه سی ١٧٧٨١٥١٣

م ب ٢٨٩١٢ لغارتمه سی ٢٤٦١٠٨٤٧

بالاده ذکر اولنان طاغك مطلوب اولان ارتفاعی ٢٨٩،١٢ قدم اولمش اولور

مسئله

شکل ٢٠

اوج میل ارتفاعی اولان برجبلك رأسندن مرور و سطح ارضه تماس ایدن برخط مستقیمك انحطاط افقیسی ٢٧،١٣،٢ یعنی ٢ درجه ١٣ دقیقه ٢٧ ثانیه اولدیغی معلوم اولوب کرهٔ ارض تماما کروی الشکل فرضیله محورینك مقدار میلی ولدیغنی استخراج ایتمك مطلوبدر

حل مسئله

ونقطه سی مرکز ارض ب م خطی جبل مرقومك ارتفاعی م ح خطی دخی سطح ارضه ح نقطه سنده تماس ایدن خط شعاع فرض اولنه رق ب د خط مماس اخری رسم اولنوب و د و ح خطلری دخی وصل اولندقده هـ م ح زاویه انحطاطی معلوم اولمغین تمامی اولان ب م د زاویه سی دخی معلوم اوله رق ٣٣،٤٦،٨٧ اولمش اولور وکذا ب د ح د خط مماسلری بربرینه مساوی اولدیغندن ب و د زاویه سی = د و ح = ½ تمام م = ٩،٤٦،٦،٠ / ٢ اولوب ب و د زاویه سی ٨٨،٥،٣،١٩ / ٢

اولورایمدی م ب د مثلث قائمة الزاویه ده

ب د = م ب مماس م

اولوب و ب د مثلث قائمة الزاویه ده دخی

وب = ب د مماس ب د و

اولمغله دستورا ولدن ب د کیتنك مساویسی دستور ثانیده محلنه اقامه اولندقده

وب = م ب مماس م مماس ب د و

دستوری حاصل اولوب لغارتمه واسطه سیله وجه آتی اوزره حساب اولندقده

م ب = ۳ لغارتمه سی	٠٫٤٧٧١٢١٣
مماس م ۸۷°٤٦′۲۳″	۱۱٫٤۱۰۷۳۸۱
مماس ب د و ۸۸°۳۰′۱٦½″	۱۱٫۷۱۱۹۳۰۹
وب = ۳۹۷۹٫۱۰ لغارتمه سی	۳٫۰۹۹۷۹۰۳

بو تقدیرجه محور کرهٔ ارض ۷۹۵۸٫۳ میل اولدیغی نمایان اولور

مسئله

شکل ۲٦

زمین اوزرنده وصولی غیر ممکن اولان م ب ح نقطه لرینك بینلرنده واقع ابعاد ثلثه دن م ب = ٤٦۲ قدم م ح = ۳۲۸ قدم ب ح = ۲۹۷ قدم اولدیغی معلوم اولوب د نقطه سنده بولنان کمسنه بولندیغی محل ایله نقاط ثلثهٔ مذکوره بینلرنده واقع ابعاد ثلثه یی استخراج ضمننده م د ب زاویه سنی مساحه ایدوب ۲۱°۱٦′۲٤″ بولمغله اشبو اعطا اولنان معلوماندن د م د ح د ب بعدلرینك هر بری نه مقدار قدم اولدیغنی استخراج ایتمك مطلوبدر

حل مسئله

چونکه م ت ح مثلث مختلف الاضلاعك اضلاع ثلثه سی معلوم اولمغله اشبو اضلاع ثلثه معلومه دن ح م ت زاویه سی استخراج اولنوب متممی اخذ اولندقده د م ت زاویه سی دخی معلوم اولور بو صورتده د م ت مثلثنده د م زاویه لریله م ت ضلعی معلوم اوله رق مثلث مذکورك مجهولات باقیه سنی استخراج ایله مطلوب حاصل اولورنته کم طریق استخراجلری زیرده ارائه اولنه جقدر

ح م ت زاویه سنك استخراجی

ت ح = ٢٩٧

م ح = ٣٢٨ لغاریتمه تمام عددیه سی ٧٫٤٨٤١٢٦٢

م ت = ٤٦٢ لغاریتمه تمام عددیه سی ٧٫٣٣٥٣٥٨٠

١٠٨٧

٥٤٣٫٥

٢١٥٫٥ لغاریتمه سی ٢٫٣٣٣٣٤٤٧٣

٨١٥٫٥ لغاریتمه سی ٢٫٩١١١٥٧٦

١٩٫٠٦٤٠٨٩١

جیب ½ ح م ت ١٩° ٥٤′ ٤″ ٩٫٥٣٢٠٤٤٥

بو تقدیرجه د م ت زاویه سی = ١٨٠° − ٢٨° ٤٨′ ٣٩″ = ١٤٠° ١١′ ٣٢″ اولوب د ت م زاویه سی دخی = ٧° ٣٢′ ١٠″ اولور

م د بعدینك استخراجی

جیب د = آ ۲ ۲ = ۱٦ = ۲٤ تمام عددیه سی ٠/٣٨٦٠٧٧٠

؛ م ب = ٤٦٢ لغارتمه سی ٢/٦٦٤٦٤٢٠

؛؛ جیب ب = ٧٠ = ٣٤ = ١٥ ٩/٤٢٧٨٦١٩

؛ م د ٣٠١/٠١ لغارتمه سی ٢/٤٧٨٥٨٠٩

بوتقدیرجه د ح = د م + م ح = ٦٢٩/١٠ قدم اولور

ب د بعدینك استخراجی

جیب د ۲ ۲ = ۱٦ = ۲٤ تمام عددیه سی ٠/٣٨٦٠٧٧٠

؛ م ب ٤٦٢ لغارتمه سی ٢/٦٦٤٦٤٢٠

؛؛ جیب م ۲ ۳ = ۱۱ = ۱٤٠ ٩/٨٠٦٣٢٥٢

ب د ٧١٩/٥٢٢ لغارتمه سی ٢/٨٥٧٠٤٤٢

بوصورتده ابعاد ثلثه مطلوبه دن د م بعدی = ٣٠١/٠١ قدم د ح بعدی = ٦٢٩/١٠١ قدم و د ب بعدی = ٧١٩/٥٢٢ قدم اولدیغی ظاهر و اشکار اولور قالدیکه اشبو مثلثات مستویه نك ارض اوزرنده عملیاتنه تطبیقی کثیر و مهندسین حقنده منافعی وفیرایسه ده بو محلده بو قدرجه ایله اکتفا اولنمشدرقد

کمل بحث اصول مثلثات

مستویه بعنایة الله

الازلیه الابدیه

مم